

Campano da Novara ed Euclide: un interprete *fidissimus* o *barbarissimus*?

Preclarissimus liber elementorum Euclidis periphrasissimè in artem Geometrie incipit quâsoelicissime:



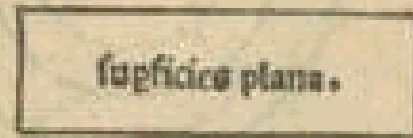
Linea est longitudo sine latitudine cuius quidam extremitates si duo puncta. Linea recta est cuius extremitates suas utriusque recipiunt. Superficies plana est ab una linea ad aliam extremitates suas recipiens. Angulus planus est duarum linearum alterius partibus: quarum expansio est super superficiem applicatioque non directa. Quando quatuor anguli sunt in puncto linee recte rectilinei anguli non sunt. In recta linea super rectam steterit duoque anguli utrobique fuerit aequales: eorum uterque rectus erit. Lineaque linee superstantes ei cui superstat perpendicularis vocatur. Angulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. Angulus vero minor re-

De principijs per se notis: et primo de definitionibus eorundem.

Linea



superficies plana.



Veronica Gavagna

Università di Firenze, Dipartimento di Matematica e Informatica

veronica.gavagna@unifi.it

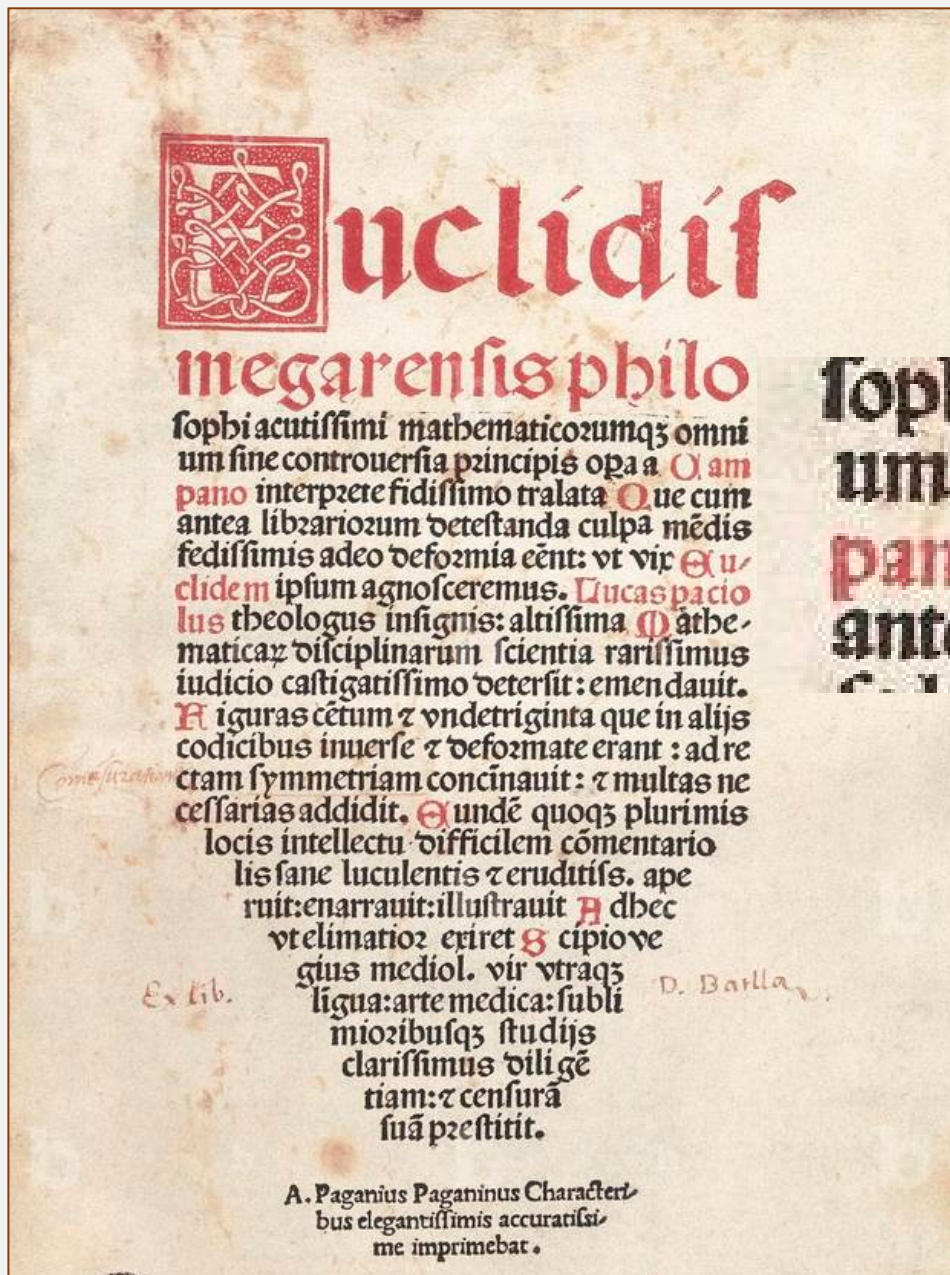
Novara, 10 maggio 2024

CONVITTO NAZIONALE "Carlo Alberto"
Scuole annessi: Primaria - Secondaria I grado - Liceo Scientifico
Bastardo Partigiani 8 - Novara
Tel. 0321/890946 - Email: novce@100089@istruzione.it

I EDIZIONE
Certamen Novariense
10 - 11 MAGGIO

Il Certamen è dedicato alla figura di Campano da Novara, matematico ed astronomo novarese del XIII secolo.
La prova prevede la traduzione dal latino di un passo degli "Elementa geometrica", commento di Campano da Novara ad Euclide, e un'analisi a carattere geometrico.

Campano da Novara ed Euclide:
un interprete *fidissimus* o *barbarissimus*?



sophi acutissimi mathematicorumq; omni-
um sine controuersia principis opa a **C**am-
pano interprete fidissimo tralata. **Q**ue cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis

... opera a Campano interprete
fidissimo tralata...

Edizione curata da Luca Pacioli, 1509

Campano da Novara ed Euclide:
un interprete *fidissimus* o *barbarissimus*?



Mathematicarum disciplinarum sanctorum: Habent in hoc volumi-
ne quicquid ad mathematicam substantiam aspicitur: elementorum libros. xiiij. cum expositione
Theonis in signis mathematicis quibus multa quae de arithmetice graeca sumpta
addita sunt nec non plurima subiecta et praeposteri reuoluta in Campani interpretate:
ordinata digesta et castigata sunt. Quibus etiam nonnulla ab illo venerando
Socratico philosopho mirando iudicio structa habent adiecta. Deputa-
tum scilicet Euclidis volumine. xiiij. cum expositione Theonis. Alex. Pappi
et Pbaeno. Specul. et Perspe. cum expositione Theonis. ac miranda
duo ille liber Datop. cum expositione Pappi Mechanici vna cum
varia dialectica priora. Har. Liber. Gene. Interpre.
Cum gratia et Privilegio per decennium.



maticus praecclarissimus: qui omnium mathematicarum disciplinarum unus est
qui nobis fores reserat: in primis nimis peruerse interpretatus studetium ani-
mos pluribus annis ambiguos tenuit. Nam cum illud quod illius esse asserit
uolumen studentes legeret: miris laruis: somniis: & phantasmatis quibus
ille interprete barbarissimus illud refferat: offensi neque auctori fidem adhibe-
bant: neque illi detrahere audebant. Quare cum nos huius disciplinis operam per
plures annos accommodauerimus: uolentesque nostris laboribus studetium com-
muni utilitati consulere. Ipsius Euclidis elementorum uolumina tresdecim ex
Theonis traditione non minoribus uigiliis quam laboribus quibus per septennium

Edizione curata da Bartolomeo Zamberti, 1505

Per quale motivo troviamo due edizioni (diverse) degli *Elementi* di Euclide a pochi anni di distanza?

Perché i curatori di queste due edizioni hanno opinioni così profondamente diverse sulla traduzione di Campano?

Gli *Elementi*

Quello degli Elementi è un genere letterario antecedente ad Euclide. Ma l'opera di Euclide diventa tanto famosa da assumere un ruolo paradigmatico e da caratterizzare il genere «Elementi» per due aspetti:

- Fornire la sintesi delle conoscenze «elementari» in un dominio di conoscenza per permettere un primo approccio conoscitivo
- Incarnare simultaneamente un modello di ragionamento, ovvero in questo caso, stabilire il paradigma del ragionamento deduttivo e dimostrativo.



Gli Elementi

alcune caratteristiche

- ◆ Negli *Elementi* non compare il lavoro di ricerca e di investigazione matematica che ha portato ai vari risultati. L'esposizione è **sintetica**, cioè procede deduttivamente dalle ipotesi alla tesi e presuppone dei punti di partenza indimostrati (postulati e assiomi)
- ◆ Non viene concepito come manuale d'insegnamento, ma con ogni probabilità lo diventa molto presto

Gli Elementi

I contenuti

Libro I: geometria del triangolo e del parallelogramma

Libro II: sezioni di segmenti e uguaglianza di aree associate, quadratura di un poligono

Libro III: il cerchio e le sue parti. Tangenti

Libro IV: poligoni regolari

Libro V: teoria generale delle proporzioni tra grandezze

Libro VI: teoria della similitudine tra figure piane

Libro VII: teoria dei rapporti tra numeri, Massimo comun divisore e minimo comune multiplo

Libro VIII-IX: progressioni geometriche (proporzioni continue), numeri primi e numeri perfetti

Libro X: classificazione delle linee irrazionali

Libro XI: costruzioni stereometriche fondamentali; parallelepipedi

Libro XII: piramidi e prismi, proporzionalità tra cerchi, cono, cilindri e sfere

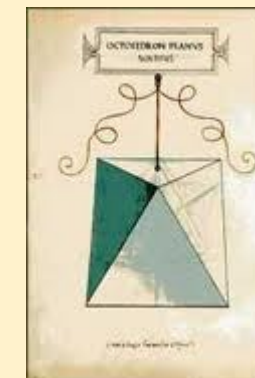
Libro XIII: sezione aurea, costruzione dei cinque poliedri regolari (o solidi platonici)

Gli *Elementi* I contenuti

Libro XIII: sezione aurea,
costruzione dei cinque poliedri
regolari (o solidi platonici)

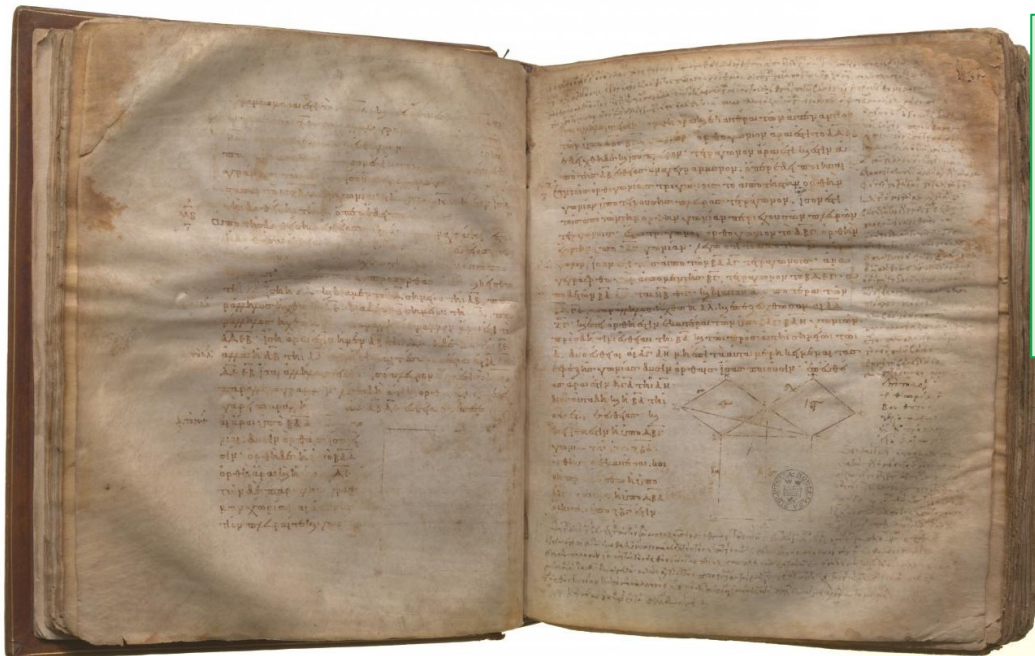
Libri XIV e XV (non autentici)
Confronto tra poliedri platonici
inscritti nella stessa sfera, solidi
platonici inscritti l'uno nell'altro

Solidi platonici disegnati da
Leonardo da Vinci per la
Divina Proportione di Luca
Pacioli (1509)



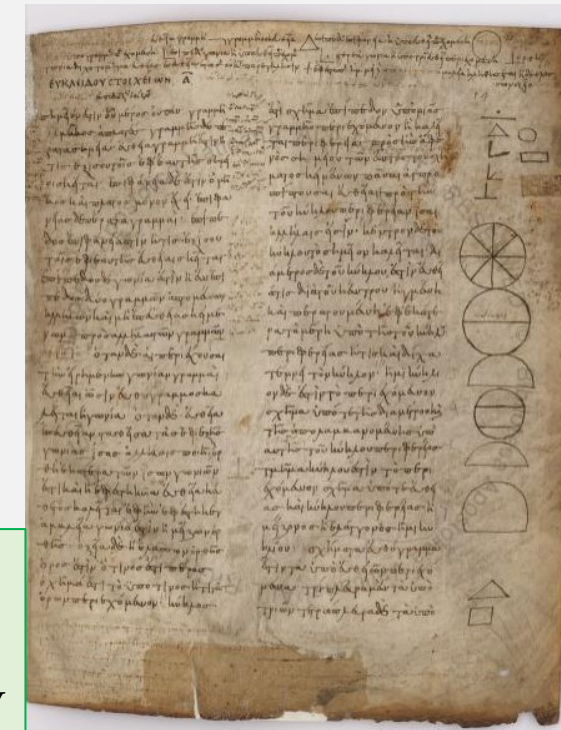
La trasmissione del testo

La tradizione testuale degli *Elementi* è molto complessa e non comprende solo edizioni, ma anche **compendi, edizioni commentate, citazioni, traduzioni** (persiano, ebraico, arabo, armeno...): tutti questi documenti dovrebbero essere valutati per la ricostruzione del testo, anche se appartengono a una tradizione minore.



Ms. d'Orville 301, 888
d.C.
Bodleian Library,
<https://www.claymath.org/euclids-elements>

Ms Vaticano greco 190
IX secolo
https://digi.vatlib.it/view/MSS_Vat.gr.190.pt.1



Quello che sappiamo (o crediamo di sapere)

Attorno al III secolo a.C. Euclide compone gli *Elementi*...

Successivamente i due matematici alessandrini **Erone** (I secolo) e **Pappo** (III-IV secolo) scrivono dei commenti agli *Elementi* di Euclide

Nella seconda metà del IV secolo **Teone** di Alessandria rivede significativamente la redazione euclidea. Tutti i manoscritti che ci sono pervenuti appartengono alla tradizione teonina (con una parziale eccezione)

Nel suo *Commento all'Almagesto*, Teone scrive

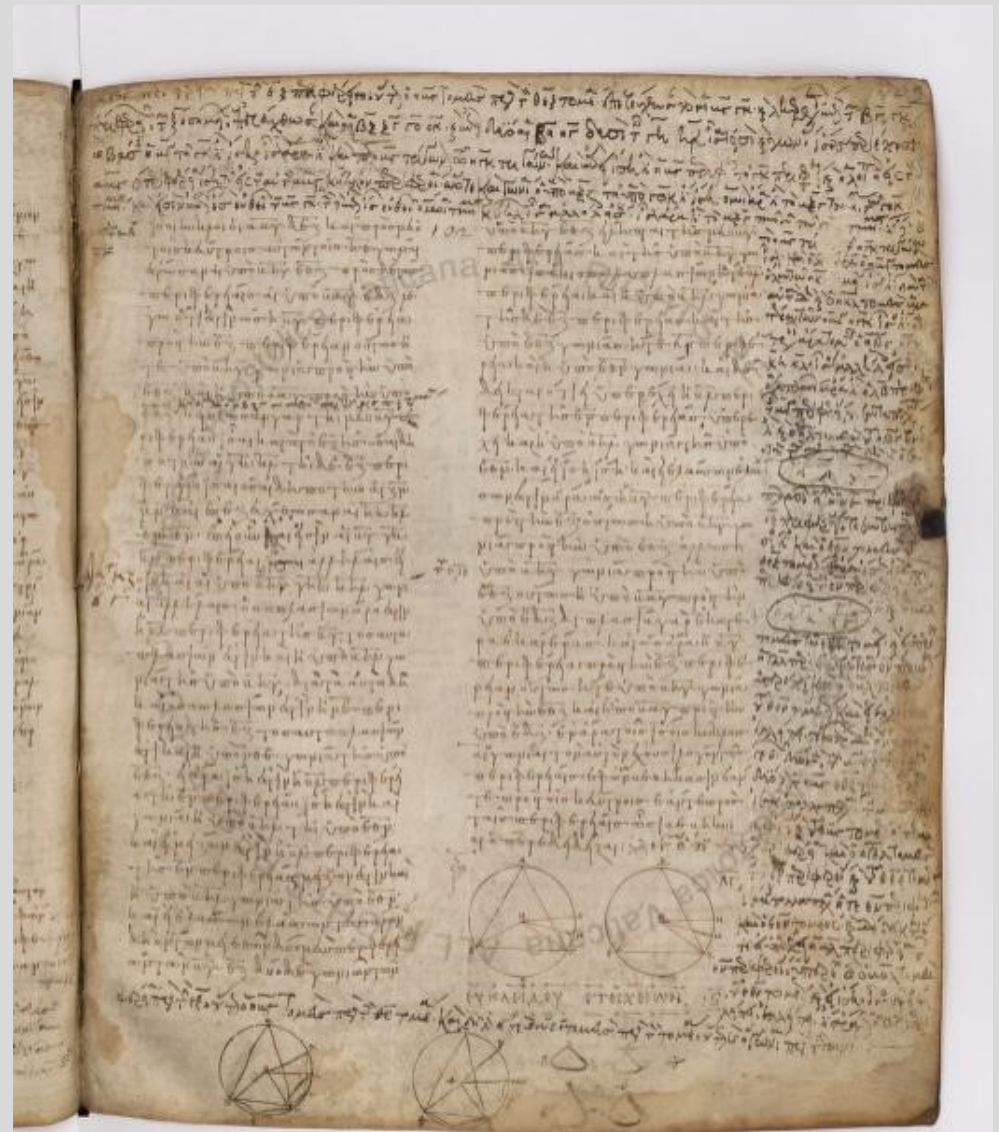
Nella mia edizione degli Elementi, alla fine del libro VI, ho dimostrato che in cerchi uguali i settori circolari stanno tra loro come gli angoli su cui insistono

Questa proposizione, che è la seconda parte della VI.33, si trova in **tutti i manoscritti noti degli *Elementi***.

Unica (parziale) eccezione, il ms. Vat.Gr.190 che riporta l'aggiunta teonina a margine da mano posteriore al copista del testo.



Ms Vaticano greco 190
Biblioteca Vaticana,
risalente all'inizio
del IX secolo ma non
datato.
A destra la fine del
Libro VI



https://digi.vatlib.it/view/MSS_Vat.gr.190.pt.1

Fino al XII secolo il testo completo degli *Elementi* era in generale sconosciuto nell'Occidente Latino, con queste eccezioni

Traduzioni dal greco al latino

Traduzione (perduta) attribuita a Severino Boezio (480-524) redatta attorno al 500. Si trovano frammenti databili tra VIII e XI secolo

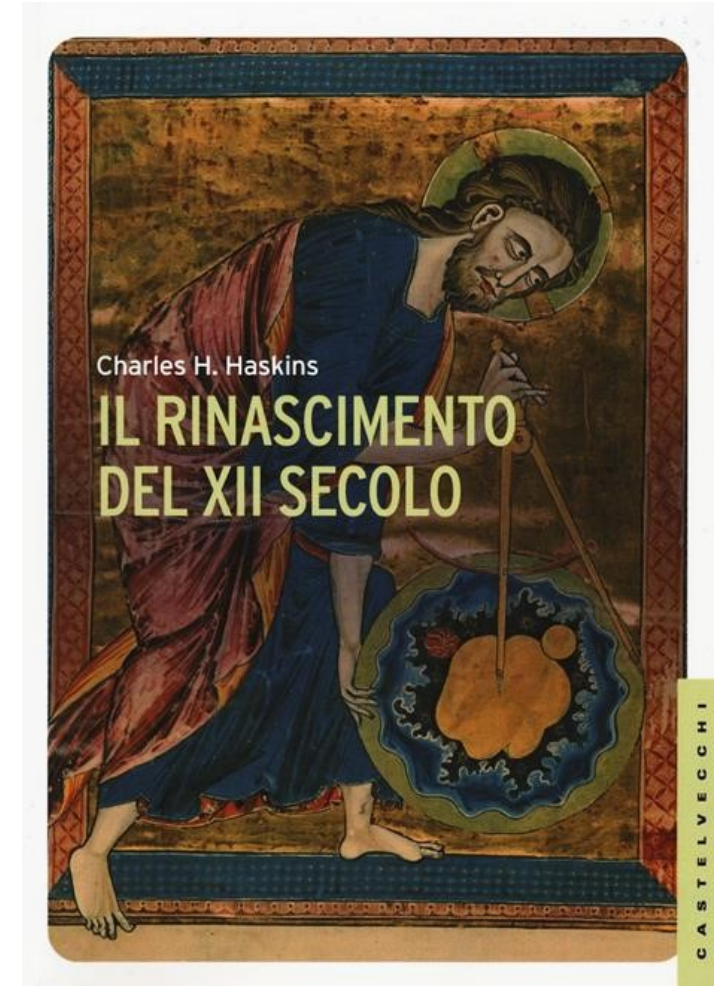
Traduzione compiuta nella Sicilia normanna del XII secolo (un testimone a Parigi e uno a Firenze) usata da Leonardo Pisano (Fibonacci)

Il XII secolo: il «primo Rinascimento»

Ripresa dei commerci nel bacino del Mediterraneo e ripresa in generale dell'economia

Aumento demografico

Nascita delle prime Università



La Reconquista

Adelardo di Bath (1080?-1152?)

Roberto di Chester (attivo verso il 1150)

Gerardo da Cremona (1114-1187)

Ermanno di Carinzia (1100? - 1160?)

Platone da Tivoli (1110 - 1145)



La traduzione di Adelardo di Bath

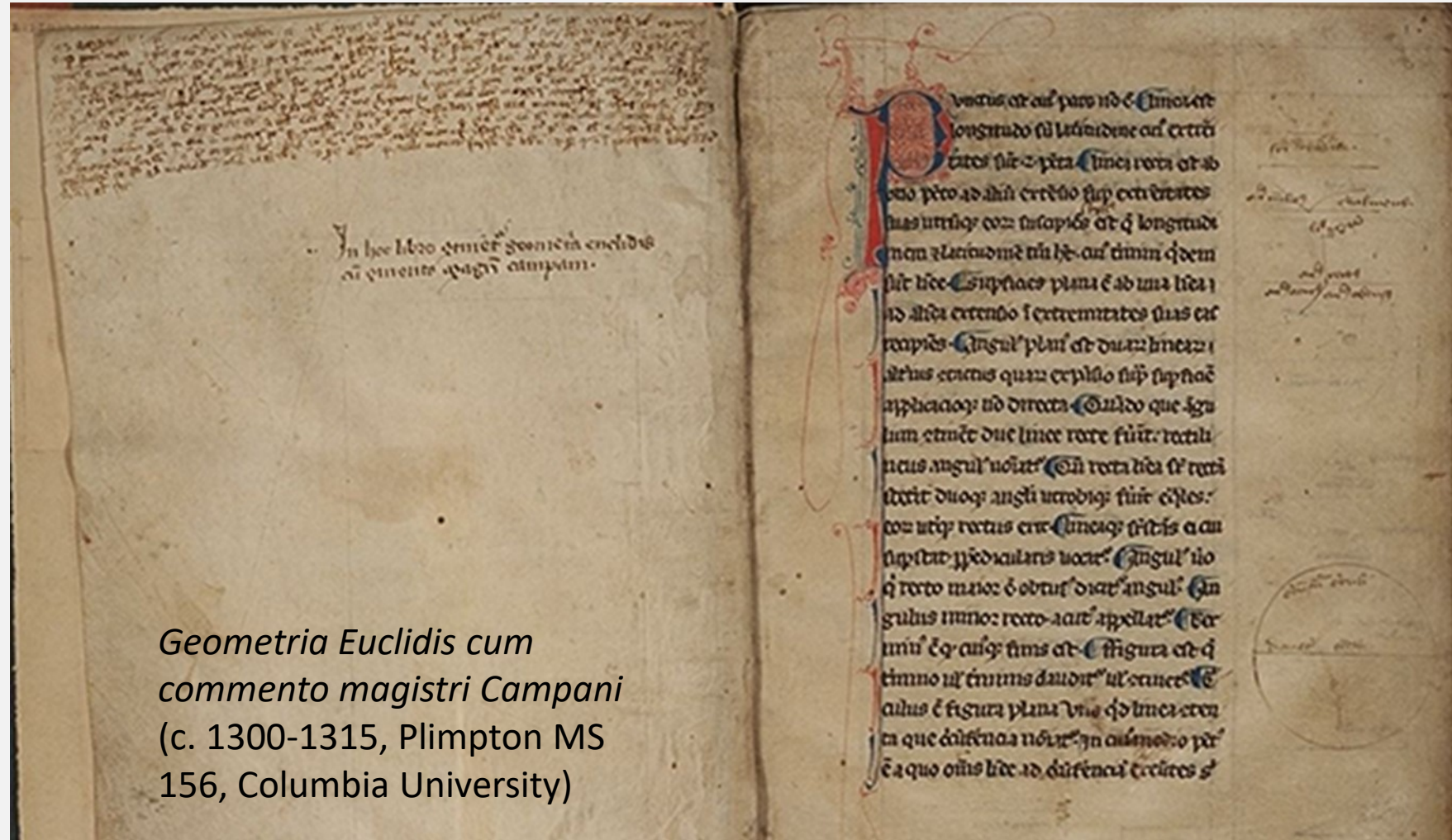
Usa fonti arabe e fonti greche

Sforzo di costruzione di un lessico specifico matematico: all'interno della traduzione si trovano ancora diversi termini arabi traslitterati ma non tradotti per la mancanza del corrispondente termine latino

Ricerca dell'espressione più appropriata: ad esempio nella stessa redazione degli *Elementi*, il termine "ripetitione tripla" evolve prima in "trirepetita" e si assesta infine in "triplicata"

Le traduzioni di Adelardo saranno le fonti utilizzate dal più importante traduttore e commentatore euclideo del Medioevo:

Campano da Novara



Attorno al 1259 redige un'edizione commentata degli *Elementi*, che diventa l'edizione standard fino alla fine del Quattrocento.

La sua edizione commentata ottiene molto presto una notevole fortuna e (probabilmente) vale la chiamata a Viterbo presso la corte papale di Urbano IV, pontefice dal 1261 al 1264. Inizia così la trentennale carriera di cappellano papale di Campano (come astronomo e medico).

Interessato a questioni filosofiche e scientifiche, Urbano IV amava far gareggiare in disputazioni il collegio dei cappellani.

Urbano IV gli commissiona personalmente un'opera di astronomia, *Theorica planetarum*.



Cosa succede all'*Euclide* di Campano
tra il 1259 e il 1482?

Il libraio e umanista fiorentino Vespasiano da Bisticci raccontava nelle *Vite* che gli erano stati necessari 22 mesi e 45 copisti per copiare 200 manoscritti commissionatigli da Cosimo de' Medici nel 1456 e sottolineava la rapidità dell'esecuzione di un ordine di tali dimensioni.



Circa una decina di anni dopo, Leon Battista Alberti nel *De cifra* scriveva, con comprensibile stupore e apprezzamento: “Ci è capitato di apprezzare straordinariamente un inventore tedesco che di recente, grazie ad alcuni caratteri di stampa, ha reso possibile ottenere più di duecento copie da un originale in un centinaio di giorni e con il lavoro di non più di tre uomini; con un'unica impressione produce un'intera pagina di grande formato”

Grazie a Gutenberg, nel 1455 nasce una nuova tecnica di stampa destinata a cambiare irreversibilmente l'ambiente scientifico:

la stampa a caratteri mobili

- Drastica riduzione dei costi
- Diffusione di testi condivisi

Questo consente la formazione di un'ampia comunità scientifica, che imprime un'accelerazione alla costituzione e alla trasmissione del sapere.

Ben presto gli autori che rimangono ancorati alla produzione manoscritta vengono tagliati fuori dal processo di condivisione e trasmissione.



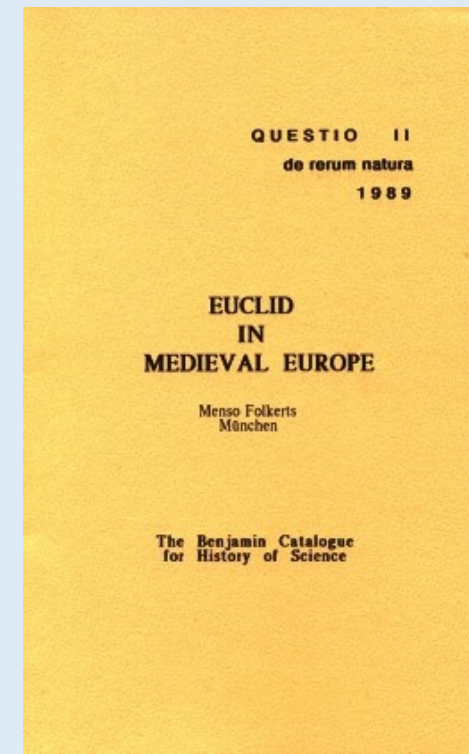
L'impatto della stampa in numeri...

un esempio

Lo studioso Menso Folkerts ha recensito circa **200** manoscritti medievali di Euclide nelle biblioteche europee ... immaginiamo che siano la metà di quelli effettivamente redatti in quel periodo: diciamo che in Europa, durante il Medioevo, circolano **400** copie degli *Elementi*.

Tra la fine del Quattrocento e la fine del Cinquecento si contano circa 75 diverse edizioni a stampa degli *Elementi*; anche con una tiratura prudente di 300 copie per edizione si arriva a una stima di **più di 20.000** copie in circolazione

<https://www.math.ubc.ca/~cass/euclid/folkerts/folkerts.html>

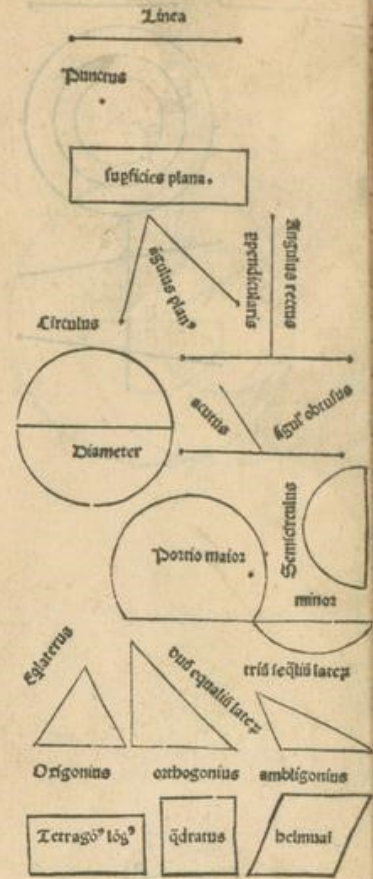


Præclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimè in artem Geometrie incipit quâsoelicissime:



Quædam est cuius pars non est. Linea est longitudo sine latitudine cuius quidam ex-
 tremitates si duo puncta. Linea recta
 est ab uno puncto ad aliud brevissima exten-
 sio in extremitates suas utriusque eorum reci-
 piens. Superficies est quæ longitudinem et lati-
 tudinem tantum habet: cuius termini quidam sunt linee.
 Superficies plana est ab una linea ad al-
 iam extensio in extremitates suas recipiens
 Angulus planus est duarum linearum al-
 ternis partibus: quarum expansio est super super-
 ficie applicatioque non directa. Quando autem angulum continet due
 linee recte rectilineus angulus nominatur. Quando in recta linea super rectam
 steterit duoque anguli utrobique fuerit æquales: eorum uterque rectus erit
 Lineaque linee superstantes ei cui superstat perpendicularis vocatur. An-
 gulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. Angulus vero minor recto
 acutus appellatur. Terminus est quod vniuersumque terminus est. Figura
 est quæ terminis terminatur. Circulus est figura plana una quædam li-
 nea pertracta: quæ circumferentia nominatur: in cuius medio punctus est: a quo omnes
 linee recte ad circumferentiâ exeuntes sibi invicem sunt æquales. Et hic
 quidam punctus centrum circuli dicitur. Diameter circuli est linea recta que
 super eum transit extremitatibusque suis circumferentiæ applicans
 circuli in duo media dividit. Semicirculus est figura plana dia-
 metro circuli et medietate circumferentiæ pertracta. Portio circuli
 est figura plana recta linea et parte circumferentiæ pertracta: semicircu-
 lo quidam aut maior aut minor. Rectilinee figure sunt quæ rectis li-
 neis continentur quarum quedam trilateræ quæ tribus rectis lineis: quedam
 quadrilateræ quæ quatuor rectis lineis. quedam multilateræ que pluribus
 quæ quatuor rectis lineis continentur. Figurarum trilaterarum: alia
 est triangulus huiusmodi tria latera equalia. Alia triangulus duo huiusmodi
 equalia latera. Alia triangulus trium inæqualium laterum. Hæc iterum
 alia est orthogonius: vniuersum rectum angulum habens. Alia est am-
 bligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est orthogoni-
 um: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarum autem quadrilaterarum
 Alia est quadratum quod est equilaterum atque rectangulum. Alia est
 tetragonum longum: quæ est figura rectangula: sed equilatera non est.
 Alia est belmaim: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs per se notis: et primo de diffinitionibus eorumdem.



L'editio princeps del testo latino (Ratdolt, 1482)

Ratdolt, tipografo tedesco, apre una sua tipografia a Venezia e sceglie di pubblicare la *recensio* degli *Elementi* redatta da Campano da Novara.

Gli *Elementi* rappresentano una sfida per il tipografo per l'alto numero di disegni

La *princeps* latina degli *Elementi* era quanto di più estraneo si potesse pensare alla sensibilità umanistica e filologica che si era andata formando nei circoli veneziani.

S intra circulum puncto signato. ab eo plures q̄s due linee ducte ad circūferentiam fuerint equales. punctū illud centrum circuli esse necesse est.

Sit ut a puncto. a. signato intra circulū. b. c. d. ducte sint. 3. linee. a. b. a. c. a. d. ad circūferentiā quas pono ēē equales dico punctum. a. esse centrū circuli. Produca enim duas lineas. c. b. z. d. c. z. diuidā utraqz eaz p̄ eq̄lia. c. b. quidem in puncto. e. z. d. c. in puncto. f. z. producā. e. a. z. f. a. quas ap̄ plico circūferentiē ex utraqz parte. eritqz per. s. primi uterqz angulorū qui sunt. a. d. e. eq̄l' alteri. igit p. 13. uterqz erit rect⁹. Silt quoqz p̄ eadē uterqz anguloz q̄ sūt. a. d. f. rectus: ergo per correlariū prime huius. quia. a. a. e. diuidit. c. b. per equalia z orthogonaliter ipsa transit per centrū. similiter quoqz. a. f. transit per centrum. qua diuidit. d. c. per equalia z orthogonaliter. quare. a. ē centrū qd̄ est propositum.

Propositio .10.

S circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̄s in duobus locis super. 3. puncta. a. b. c. producā lineas. a. b. z. a. c. quas diuidā per equalia in punctis. d. z. e. z. producā a puncto. e. lineam. e. f. per perpendicularē super lineam. a. c. z. a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularē super lineam. a. b. z. secent se due linee. e. f. et. d. f. i puncto. f. eritqz per correlariū prime huius punctus. f. centrum circuli utriusqz qd̄ est impossibile. per 5. huius.

Propositio .11.

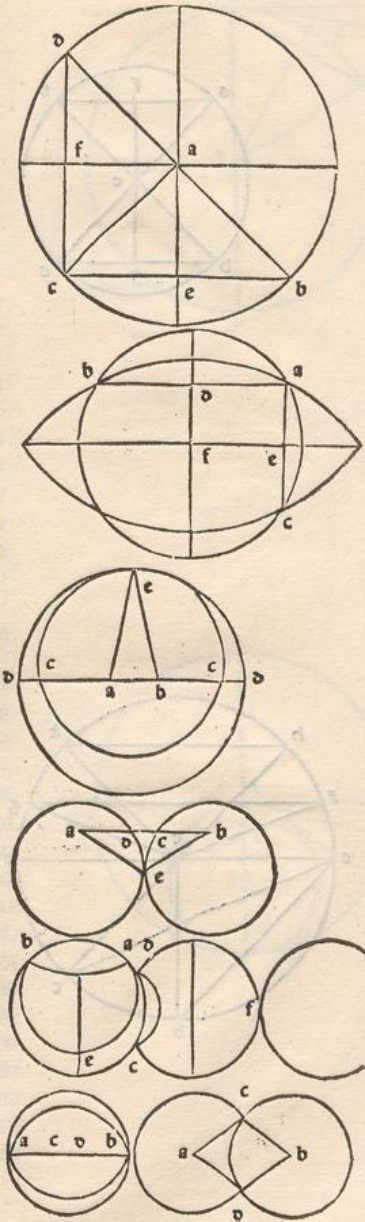
S circulus circulum contingat. lineaqz per centra eorum transeat. ad punctum contactus eaz applicari necesse est.

Si enim linea transiens per centra duorum circulorum. e. e. et. d. c. sese contingentium intra v̄l extra. nō vadit ad locum contactus secet circūferentiam utriusqz: sitqz. a. centrum circuli. e. d. et. b. centrū circuli. e. c. et ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circūferentiam utriusqz: et ducatur linea a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. c. b. eruntqz in cōtactu interiori. p. 20. p̄mi due linee. e. b. z. b. a. longiores. e. a. q̄re longiores. a. d. est enim. a. centrū circuli. e. d. z. qm̄. b. c. est equalis. e. b. qm̄. b. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. qd̄ est impossibile. **I**n cōtactu vero exteriori erūt due linee. a. c. z. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. e. c. b. maius erūt q̄ tota. a. b. qd̄ est falsum.

Propositio .12.

S circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco contingere necesse est.

Si eni fuerit possibile. ut circulus circulū cōtingat in duobus locis intra v̄l extra cōtingat circulū. a. b. c. d. circulus. a. b. e. interiori? i duobus p̄ctis. a. b. vel exteri? circulus. c. d. f. i duobus p̄ctis. c. d. **L**ū erogo ducemus lineā rectā ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulū. a. b. e. interiorē accidet p̄tariū secūde hui⁹. Qd̄ si ipsa cadat intra ipsū: cū diuiserimus ipsā p̄ equalia z eduxerim⁹ a p̄cto dionis perpendicularē ad ipsā. fueritqz applicata circūferentiē ex utraqz pte ipsa trāsibit p̄ centrū amboz circuloz. quare accidet cōtrarium p̄missē. **I**n circulo vero cōtingente exteri? in p̄ctis. c. d. si ducam⁹ lineā rectā a puncto. c. ad punctū. d. necesse est accidere p̄tariū se b⁹. quare utriusqz impossibile



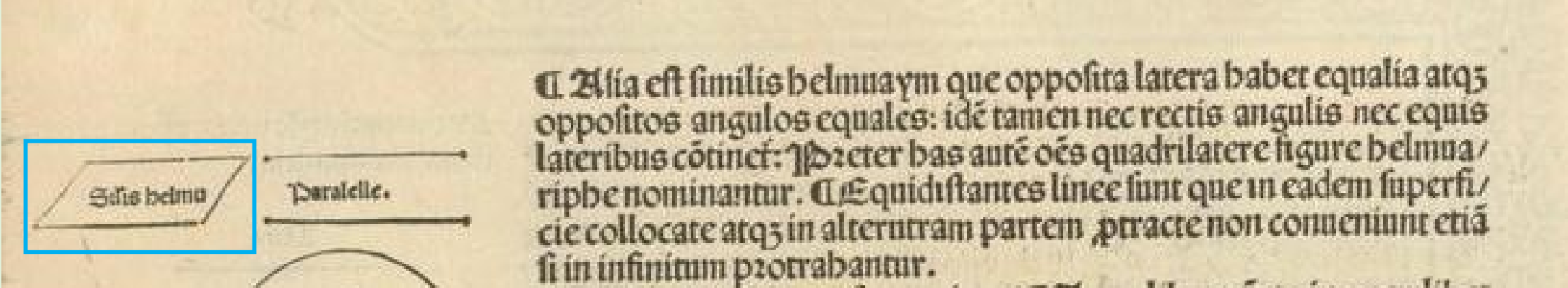
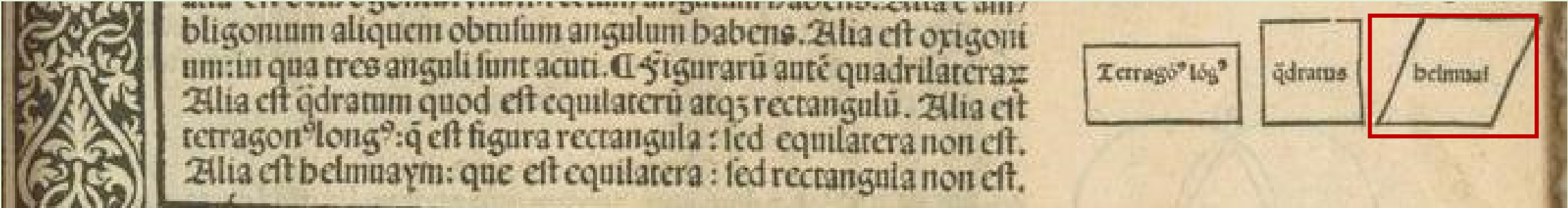
Perché l'*Euclide* di Campano non piace agli Umanisti?

In Campano non c'è alcuna preoccupazione di restituzione del dettato euclideo originale, ma solo il desiderio di consegnare alla comunità un testo matematicamente soddisfacente, tanto che non esita ad aggiungere alla sua redazione degli *Elementi* anche proposizioni dell'*Arithmetica* del contemporaneo Giordano Nemorario (1225-1260) oppure osservazioni tratte dal commento di al-Nayrizi (Anaritius) dei primi libri degli *Elementi* tradotto da Gerardo da Cremona.

Perché l'*Euclide* di Campano non piace agli Umanisti?

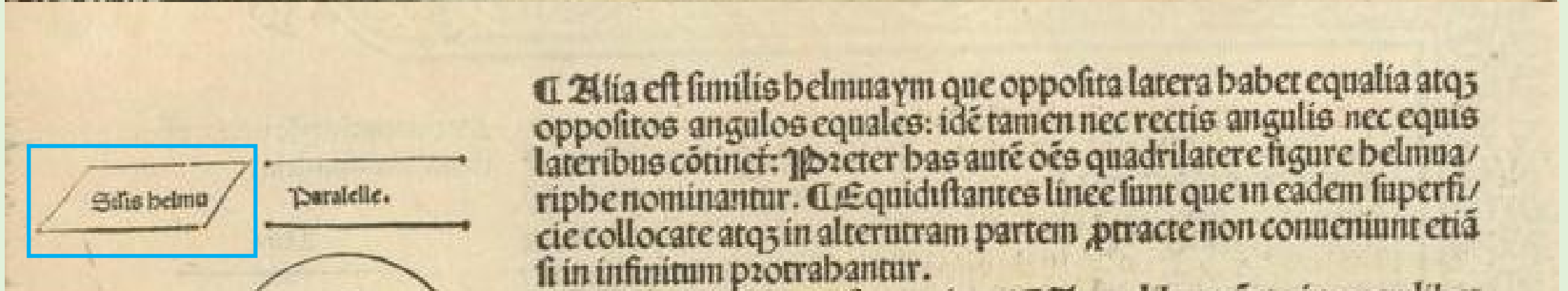
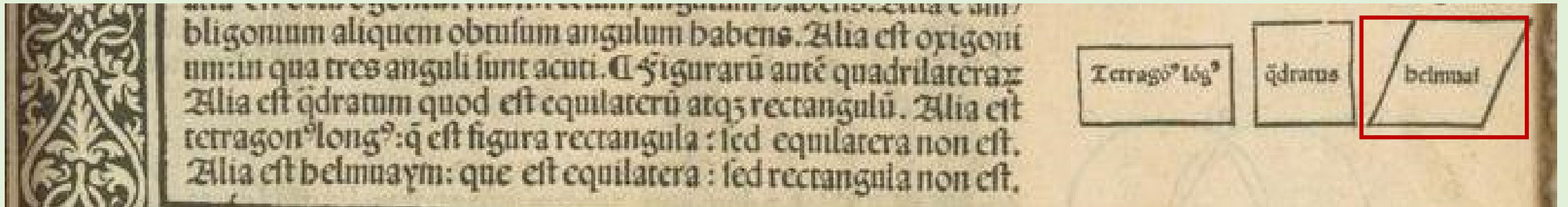
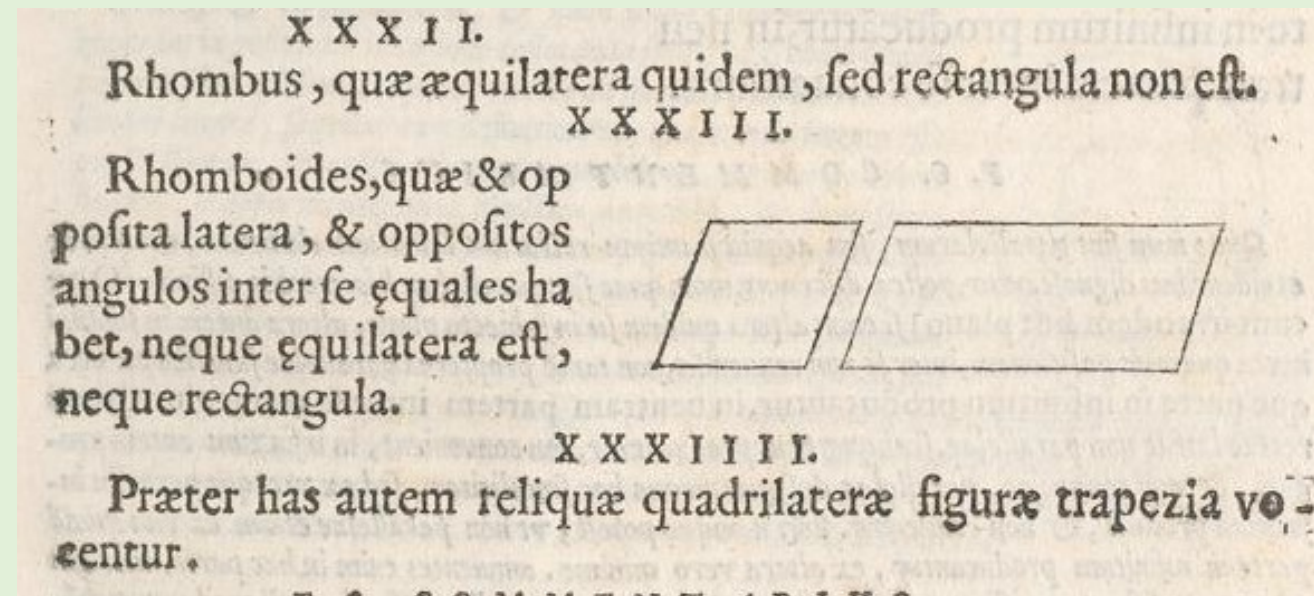
Dal punto di vista linguistico, il latino di Campano è troppo rozzo per la sensibilità umanistica e soprattutto è infarcito di inaccettabili arabismi

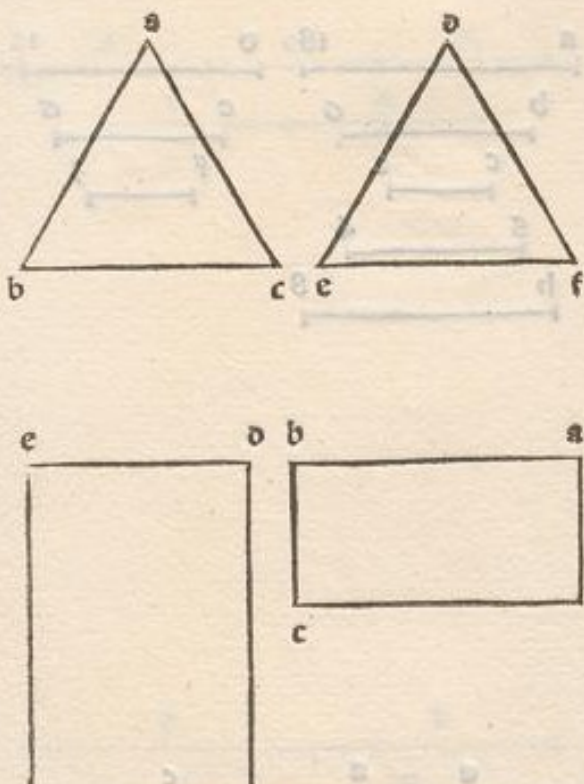
Alia est **helmuaym** que est equilatera: sed rectangula non est. Alia est **similis helmuaym** que opposita latera habet equalia atque oppositos angulos equales.... Preter has autem omnes quadrilaterere figure **helmuariphe** nominantur





Edizione latina di Federico Commandino, 1572





Superficies similes dicuntur quorum anguli unius
angulis alterius equales. lateraque equos an-
gulos contentia proportionalia.

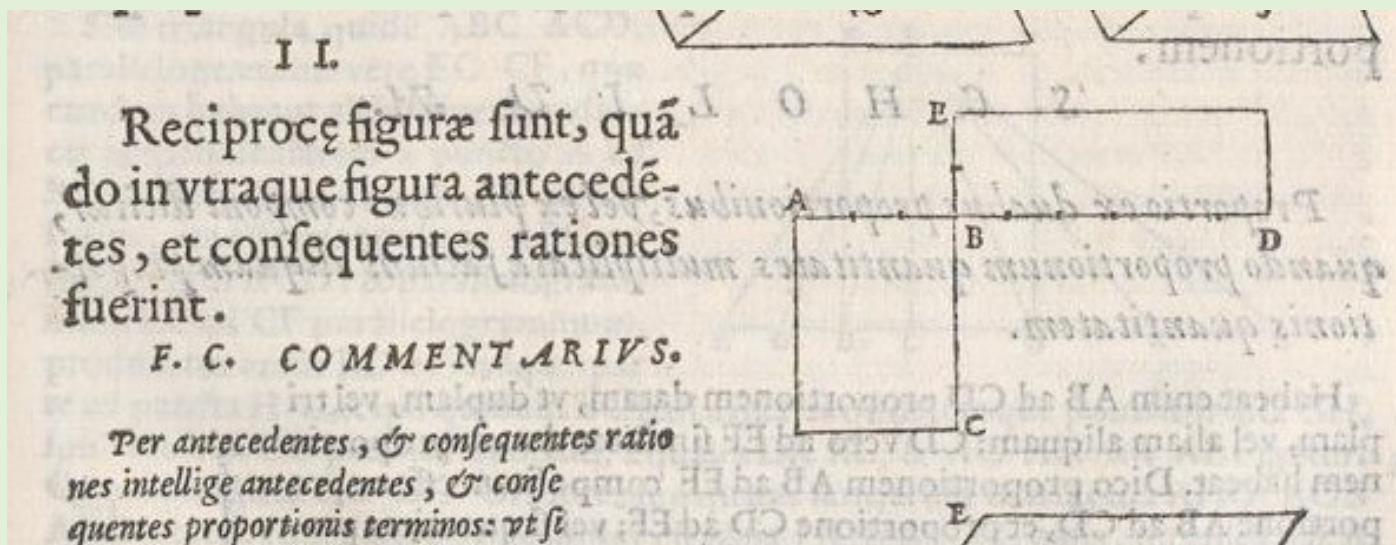
Ut si trigonus. a. b. c. fuerit equiangularis trigono
de. f. fueritque angulus. a. equalis angulo. d. et angu-
lus. b. equalis angulo. e. et proportio. a. b. ad. d. e. sicut
a. c. ad. d. f. et b. c. ad. e. f. ipsi erunt similes.



Superficies mutuoꝝ laterum sunt
inter quarum latera incontinua
proportionalitas retrahitine ba-
betur.

Ut si duorum quadrilaterum. a. b. c. d.
e. f. proportio .a. b. lateris primi. ad. d. e. latus secundi fuerit sicut proportio. e. f.
lateris secundi. ad. b. c. latus primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuoꝝ la-
terum siue mutekefia. Linea dicitur dividi secundum proportionem habentem mediū
et duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que e
maioris ad minorem.

At si duorum quadrilaterum $abcd$,
 ef proportio ab lateris primi ad de
latus secundi fuerit sicut proportio
 ef lateris secundi ad bc latus
primi: illa duo quadrilatera
dicuntur mutuoꝝ laterum siue
mutekefia.



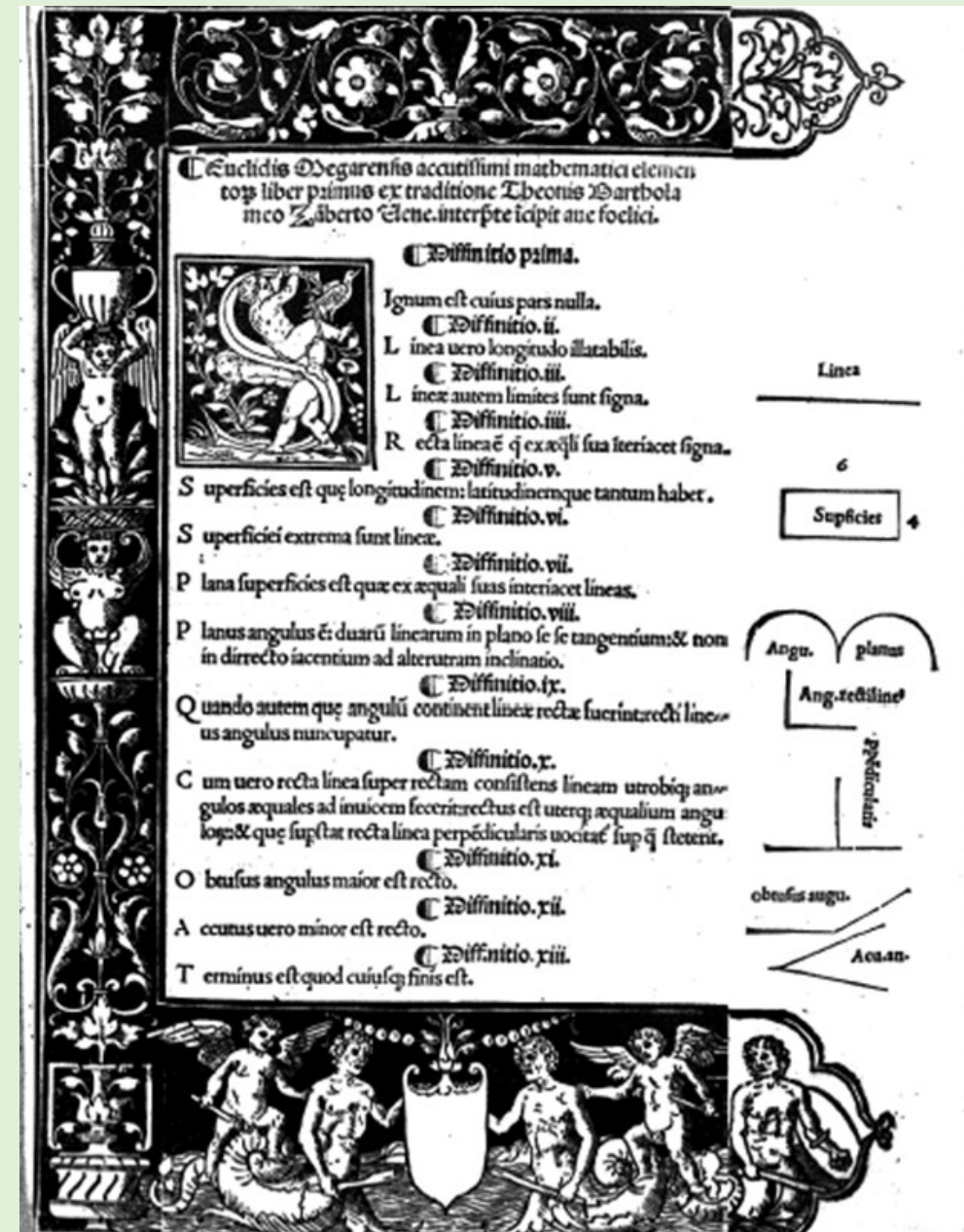
Nel **1505** l'umanista veneziano Bartolomeo Zamberti, pubblicò l'intero *corpus* euclideo.

Diversamente da Campano, Zamberti ambiva a restituire il testo euclideo originale e per ottenere questo scopo aveva deciso di attenersi il più fedelmente possibile al (pessimo) codice greco di cui disponeva.

Scriveva nell'introduzione

Elementa igitur huiusmodi a Campano non interpretata communi iudicio, sed barbarie excecata ... et adeo ut non elementa sed accommodatius chaos appellari possint intuentes ... sed sicut apud graecos scriptum invenimus sic fideli solertia et cura sumus interpretati

1505



Interpres.

¶ Vbi apud græcos in definitionibus legitur Rhombus: & Rhomboïdes: & trapezia: Cāpanus: ut incipiamus istius iniani ineptias ostendere: qui Euclidē non intellexit posuit nescio quid helmuaïn: & similis helmuaïn: & helmua rīphe: quæ nomina latinis sunt ignota quippe quā̄m barbara: & uandalica: nos uero sicut se hēnt græci codices sic in latinum conuertimus: p̄terea: illud sciēdum est autem & reliqua quæ sequuntur: inepte ne dum etiā per īscitiā additum est: nam illud apud græcos nusq̄ inuenitur: Insuper cāpanus eas quas Euclides cōes appellat snias: cōes animi dicit esse conceptiōes: melius inq̄ cōmunes sniæ: nam oēs cōiter sciūt ea quæ in ip̄is cōtinent̄: quā̄m axiōmata sunt .i.

Per tutto il Cinquecento, fino all'edizione latina di Federico Commandino (1572) si susseguono edizioni degli *Elementi* che seguono la tradizione arabo-latina di Campano oppure quella greco-latina di Zamberti.

basis BC dimidium, videlicet in 7 producentur 88, et totidem partibus quadrata in 88, et
guli ABC, quam à principio querebamus.

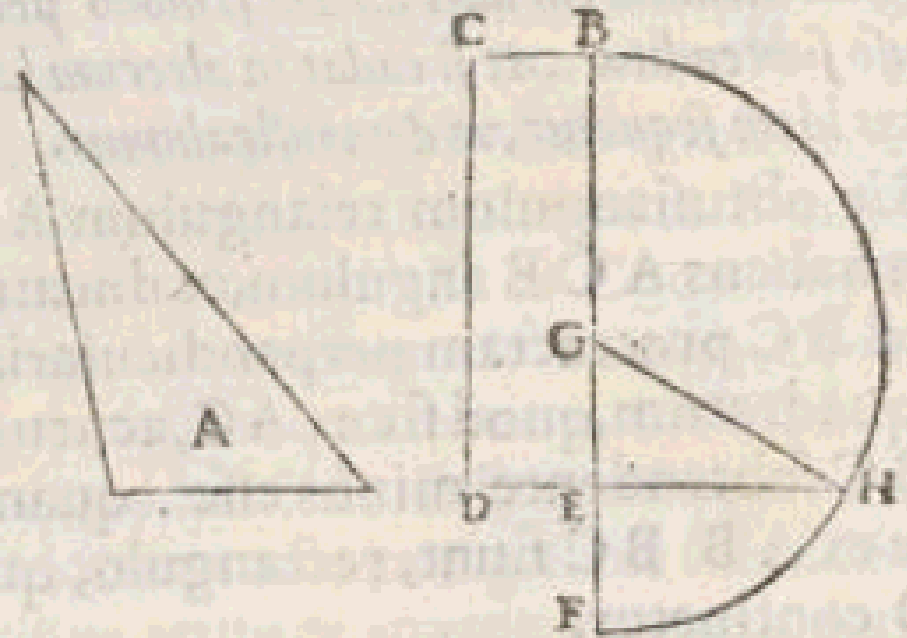
P R O B L E M A II.

R O P O S I T I O XIII.

Dato rectilineo æquale qua-
dratum constituere.

Sit datum rectilineum A. oportet ipsi A
rectilineo æquale quadratum constituere.
constituatur rectilineo A æquale parallelo
grammum rectangulum BCDE. Si igitur

BE maior est ED. Ductum igitur quod
proponabatur, etenim rectilineo A æquale
quadratum constitutum est BD. In quibus, vna ipsarum BE ED maior est. sit BE ma-
ior; et producat ad F, ponaturq; ipsi ED æqualis EF. deinde secta FB bifaria in G,
centro



45. primi.

Un esempio interessante:
la quadratura dei poligoni

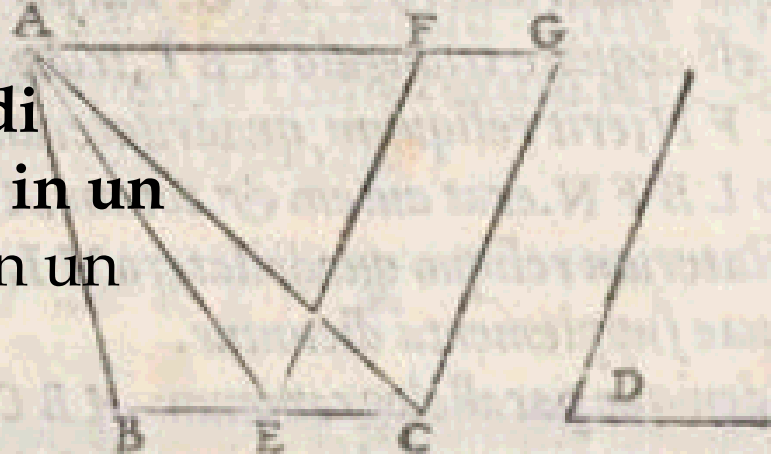
Perché *quadratura* e non *calcolo dell'area di una figura piana*

- Negli *Elementi* non si trovano i concetti «moderni» di area e di volume: è un testo di geometria speculativa e non di geometria pratica
- Nella *geometria di misura* il «processo di misura» non si esprime in termini numerici, ma si esprime attraverso una relazione quantitativa tra grandezze geometriche (teoria delle proporzioni) oppure si arriva a una uguaglianza per equiscomposizione.

.

Dato triangulo equale parallelogrammum constituere in dato

Il problema generale di determinare l'area di una figura piana o il volume di un solido si traduce, quando è possibile, in un procedimento per **trasformare le figure di partenza (usando solo riga e compasso) in un quadrato equiesteso** o rispettivamente in un cubo (da cui, rispettivamente, il termine *quadrare* e *cubare*).



I primi due libri degli *Elementi* di Euclide risolvono completamente il problema della quadratura dei poligoni, basandosi essenzialmente sulla scomposizione in triangoli, «elementi costitutivi» delle figure rettilinee.

Quelle che seguono sono le proposizioni chiave

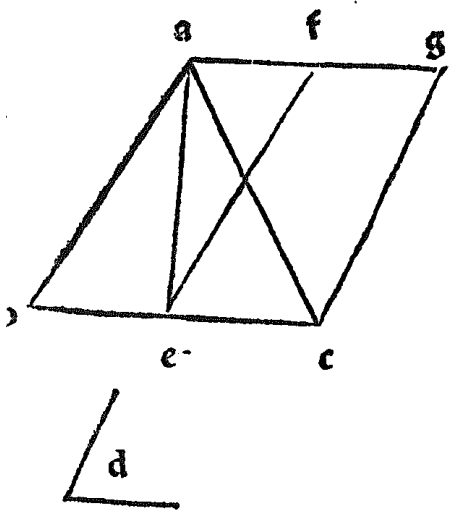
grammum $FE CG$ duplum trianguli $A E C$; basim enim eandem habet, et in eisdem est parallelis. equale igitur est $FE CG$ parallelogrammum triangulo $A B C$, habet enim $FE CG$ equale triangulo $A B C$ dato. Dato igitur triangulo $A B C$ equale parallelogrammum $FE CG$ constitutum est, in angulo $CE F$, qui angulo D est æqualis. quod quidem facere oportebat.

Problema. xi. propositio. xli.



Problema. xi. propositio. xli.
In dato triangulo aequale **parallelogrammum** constituere
 in dato angulo rectilineo.

Sit datum triangulum. abc. datus uero angulus rectilineus
 sit. d. oportet iam ipsi triangulo. abc. aequale parallelogrammum con-
 struere in angulo rectilineo aequale ipsi. d. Secetur per. x. propositionem li-
 nea. bc. bifariam in signo. e. & connectatur per primum postulatam. ae. Con-
 stituaturq; per. xxiii. propositionem ad datam rectam lineam. ec. ad datumq;
 in ea signum. e. ipsi angulo. d. aequalis angulus. cef. Et per. xxxi. propositio-
 nem per. a. ipsi. ec. excitetur parallelus. ag. & per eandem. per. c. ipsi. ef. paral-
 lelus excitetur. cg. Parallelogrammum igitur est. fecg. & qm aequalis est: be. ipsi
 ec. triangulum. abe. per. xxxviii. triangulo. aec. est aequale: in aequalibus enim
 sunt basibus. be. & ec. & in eisdem parallelis. be. & ag. Duplum igitur est tri-
 angulum. abc. trianguli. aec. parallelogrammum autem. fecg. per. xli. duplum
 est trianguli. aec. basim enim eandem habet in eisdemq; parallelis est: pa-
 rallelogrammum igitur. fecg. aequum est ipsi triangulo. abc. & habet angu-
 lum. cef. aequalem dato angulo. d. Dato igitur triangulo. abc. aequale consti-
 tutum est parallelogrammum. fecg. in angulo. cef. qui aequalis est ipsi. d.
 quod fecisse oportuit.



Tradizione greco-latina

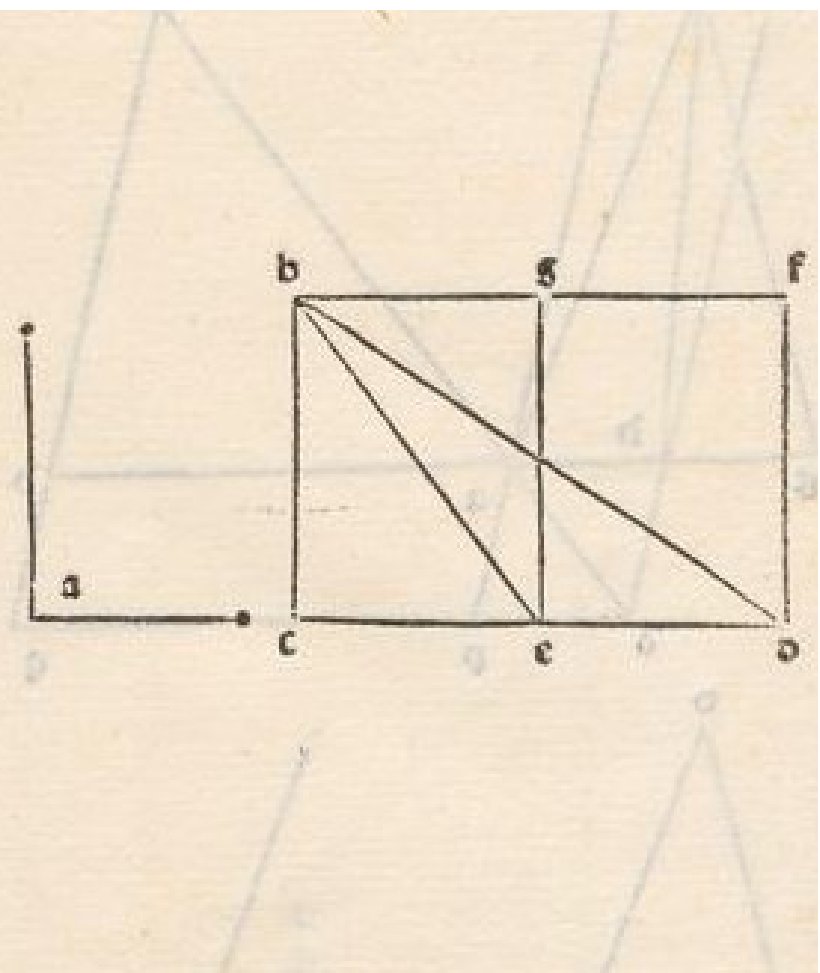
Edizione di Zamberti

Elementi, **I.42**. Costruire, in un dato angolo rettilineo un
 parallelogrammo uguale a un triangolo dato.

equalis alteri triangulo per 38. **Propositio 42.**

Quidistantium laterum superficiē designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies tri- angulo assignato equalis.

Sit assignatus angulus .a. et assignatus triangul^o .b.c.d. volo de- scribere superficiē equidistantium laterū equalem triangulo .b.c.d. cuius uterq3 duoz angulorum contra se positoz sit equalis. a. divido basim .c.d. per dimidiū in puncto .e. et protrabo lineā .b.e. et a puncto .b. duco .b.f. equidistantem c.d. eritq3 per 38. triangulus .b.e.c. equalis triangulo .b.e.c. quare triangulus .b.e.d. est dimidiū totalis trianguli .b.c.d. igit̄ super punctū .e. linee .d.c. constituo an- gulum .d.e.g. equalem angulo .a. et perficio parallelogramū .g.e.d.f. quod etiā qz per precedentē ē duplū ad triangulū .b.e.d. erit etiā equale triangulo .b.c.d. p̄ hāc cōem scienciam: quoz dimidia sunt equalia ipsa quoq3 sunt equalia. est enī trian- gulus .b.e.d. utriusq3 dimidiū quare descripsimus p̄alcellogramū .g.e.d.f. equale triangulo .b.c.d. cuius uterq3 duoz anguloz .g.e.d. et .d.f.g. cōtra se positorum est eqlis angulo .a. quod fuit propositum.



Elementi, **I.42**. *Costruire, in un dato angolo rettilineo un parallelogrammo uguale a un triangolo dato.*

Tradizione arabo-latina

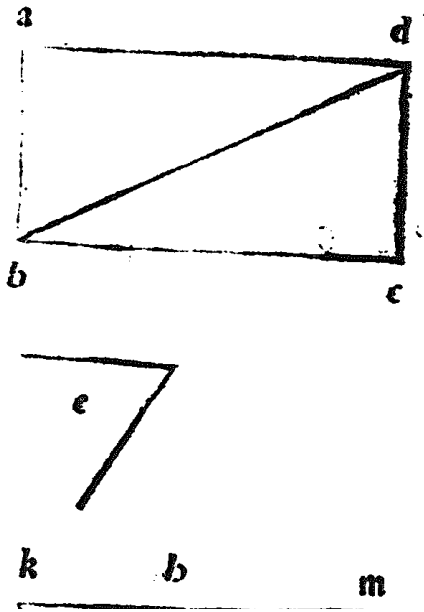
Liber

Problema decimūtertium propositio quadragesima quinta quam Campanus praetermisit.



Dato rectilineo: aequale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

Sit datum rectilineum. abcd. datus uero angulus rectilineus sit. e. oportet iam ipsi. abcd. rectilineo aequale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo: Connectatur per primum postulatū. db. & constituatur per. xlii. triangulo. adb. aequale parallelogrammum. fh. in angulo. hkf. qui ipsi. e. est aequalis: & extendatur per. xliiii. ad rectam lineam. gh. triangulo. dbc. aequale parallelogrammum. gm. in angulo. ghm. qui ipsi. e. est aequalis. Et quoniam angulus. e. angulo. hkf. & angulo. ghm. est aequalis: angulus igitur. hkf. angulo. ghm. est aequalis. Communis ponatur angulus. khg. anguli ergo. fkh. & khg. angulis. khg. & ghm. sunt aequales. Sed anguli. fkh. & khg. per. xxix. propositionem duobus rectis sunt aequales. anguli igitur. khg. & ghm. duobus rectis sunt aequales. Ad aliquam rectam lineam. gh. per decimamquartam propositionem ad aliquodque in ea signum h. binæ rectæ lineæ. kh. & hm. non in eisdem partibus existentes utrobique angulos binis rectis aequales efficiunt. In rectum igitur est. kh. ipsi. hm. At quoniam in parallelos. km. & fl. recta linea incidit. hg. Alterni anguli. mhg. & kfh. per. xli. propositionem sibi invicem sunt aequales. Communis ponatur angulus. khg. anguli ergo. kfh. & khg. angulis. khg. & mhg. sunt aequales. Sed anguli. kfh. & khg. per. xxix. propositionem duobus rectis sunt aequales. anguli igitur. khg. & mhg. duobus rectis sunt aequales. Ad aliquam rectam lineam. gh. per decimamquartam propositionem ad aliquodque in ea signum h. binæ rectæ lineæ. kh. & hm. non in eisdem partibus existentes utrobique angulos binis rectis aequales efficiunt. In rectum igitur est. kh. ipsi. hm. At quoniam in parallelos. km. & fl. recta linea incidit. hg. Alterni anguli. mhg. & kfh. per. xli. propositionem sibi invicem sunt aequales. Communis ponatur angulus. khg. anguli ergo. kfh. & khg. angulis. khg. & mhg. sunt aequales. Sed anguli. kfh. & khg. per. xxix. propositionem duobus rectis sunt aequales. anguli igitur. khg. & mhg. duobus rectis sunt aequales.



Elementi **I.45**
Costruire un parallelogrammo uguale a una figura rettilinea data in un angolo dato rettilineo

Interpres.

Accutissimum mathematicum Euclidem semper in elementis hoc obseruasse inuenimus: ut Theoremata scilicet: atq; problemata: quibus totum elementorum uolumen continetur: precedentia subsequentijs Theorematis & problematibus opitulentur: & ipsa aperiant: ac enodent. Vnde sane facillime datur intelligi q, si theorema aliquod siue problema pretermittatur sequentium propositionum omnis prorsus intelligentia corruet: nam ex antecedentibus subsequentium omnis certe scater comprobatio: ex quo ad diffinitiones: postulata: & communes sententias peruenieris: quæ sic aper-

C Problema. ij. p. p. p. xiiij.

Dato rectilineo æquum quadratum constituere.



Sit datum rectilineum. a. oportet ei rectilineo æquū quadra-

tum constituere. Constituatur per. xlv. primi ipsi. a. rectilineo

æquum parallelogrammum rectangulum. bcde. Si æqualis est.

be. ipsi. ed. factum iam est problema. Cōstituitur. n. ipsi rectilineo æquū qua-

dratum. bd. Si autem nō: eorum alterum. be. & ed. maius est. Sit maius. be.

& producat in. f. & ponatur ipsi. ed. æqualis. ef. per. ii. primi: & per. x. primi

secetur. bf. bifariam in. g. Et centro quidem. g. spacio uero aut. gb. aut. gf. se-

micirculus describatur. bhf. & per. ii. postulatum producat. de. in. h. & per

primum postulatum connectatur. gh. Quoniam igitur recta linea. bf. secta

est in æqualia in. g. & in inæqualia in. e. igitur per. v. secundi rectangulum cō-

prehensum sub. be. & ef. cum quadrato quod fit ex. eg. æquum est ei quod

ex. gf. quadrato. Aequalis autem est. gf. ipsi. gh. rectangulum igitur cōpre-

hensum sub. be. & ef. per. v. secundi cum eo quod ex. ge. fit quadrato æquū

est ei quod fit ex. gh. ei autem quod fit ex. gh. æqualia sunt ea quæ ex. he. &

ge. fiunt quadratis per. xlvii. primi. Quod igitur fit sub. be. & ef. cum eo qd'

fit ex. eg. æquum est eis quæ fiunt ex. he. & eg. cōmune auferatur quadra-

tum quod ex. eg. reliquum igitur rectangulum comprehensum sub. be. &

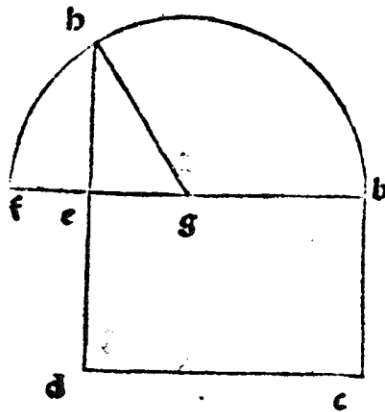
ef. æquum est ei quod fit ex. eh. quadrato. Sed id quod est ex. be. & ef. id est

quod. bd. æqualis enim est. ef. ipsi. ed. parallelogrammum igitur. bd. æquum

est ei quod fit ex. he. quadrato. Sed. bd. æquum est ipsi. a. rectilineo: & a. igi-

tur rectilineum æquum est quadrato descripto ex. eh. Dato igitur rectilineo

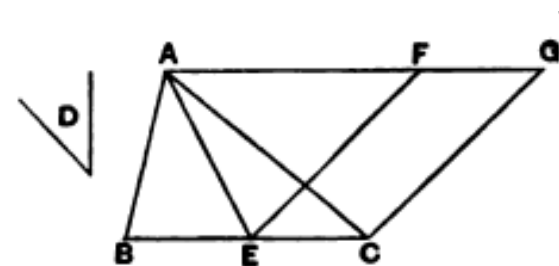
a. æquum quadratū constitutū est sub. eh. descriptū: qd' fecisse oportuit.



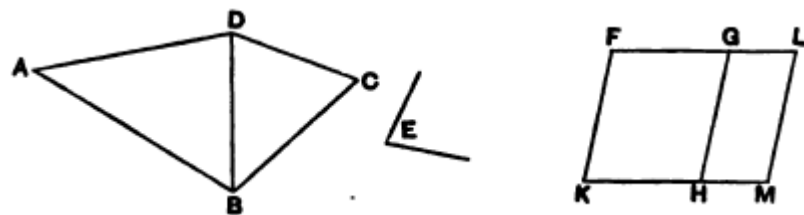
Elementi **II.14**

Costruire un quadrato uguale a una figura rettilinea data

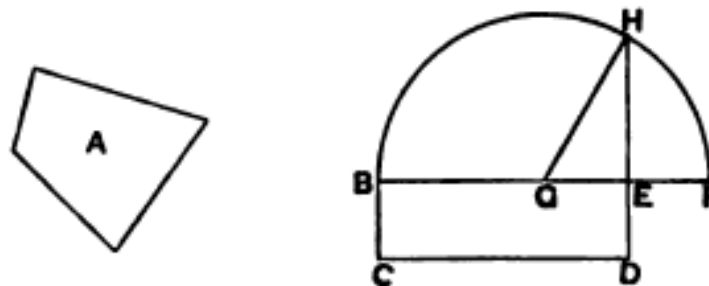
Elementi, **I.42**. Costruire, in un dato angolo rettilineo un parallelogrammo uguale a un triangolo dato.



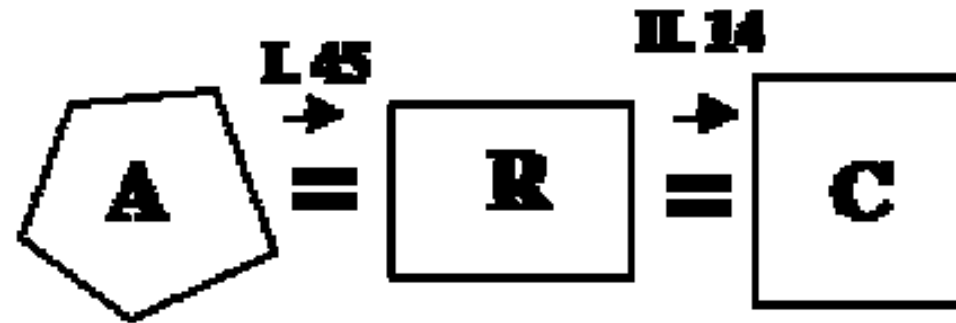
Elementi **I.45** Costruire un parallelogrammo uguale a una figura rettilinea data in un angolo dato rettilineo



Elementi **II.14** Costruire un quadrato uguale a una figura rettilinea data



Nella tradizione greca, l'idea della quadratura può quindi essere schematizzata da questo diagramma



Tratto da B. VITRAC, *Les géomètres de la Grèce antique*, CultureMATH

Nella tradizione arabo-latina **manca la proposizione I.45**, che è fondamentale in questo schema.

Problema decimūtertium propositio quadragesima quinta
quam Campanus praetermisit.



Problema rectilineo: aequale parallelogrammum constituere in
dato angulo rectilineo.

ta & clara sunt: ut nulla prorsus comprobatione indigeant. Quod sane ab
insulsissimo Campano Euclidis non interprete: sed peruersore: ut ita dicen-
dum sit: neglectum in scitia est. Qui quoniam sicut facile intueri possumus:
ipsum non intelligens Euclidem problema decimūtertium propositionem ue-
ro. xlv. praecedentem praetermisit ingenuus: non animaduertens bonus uir pro-
blema huiusmodi subsequenter demonstrationibus suffragari.

**Come viene risolto nella tradizione arabo-latina
il problema della quadratura?**

Propositio .14.

Ado trigono equum quadratum describere.



Sit datus trigonus. a cui nos volumus equum quadratum describere. Designabo superficiem equidistantium laterum et rectorum angulorum equalem trigono dato secundum quod docet. 42. primi: sitque superficies illa. b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus.

ipsa enim erit quadrata. per definitionem Si autem latera sint inequalia tunc adiungam in ipso laterum maiori secundum rectitudinem. sitque linea. e. f. equalis minori duorum laterum quod est c. e. adiuncta maiori quod est. b. c. secundum rectitudinem. Totam. b. f. dividam per equalia in puncto. g. et facto. g. centro super lineam. b. f. secundum quantitatem lineae. g. b. describam semicirculum. b. h. f. et latus. e. c. producam usquequo secet circumferentiam in puncto. b. dico quod quadratum lineae. c. b. est equale trigono dato. Producam lineam. g. b. et quia linea. b. f. divisa est per equalia in. g. et per inequalia in. c. erit per. 5. huius quod fit ex ductu. b. c. i. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. quare et quadrato. g. b. quare per penultimam primi et duobus quadratis duarum linearum. g. c. et. c. b. ergo dempto utriusque quadrato. c. g. erit quod fit ex. b. c. in. c. f. quod est equale superficiem. b. e. eo quod. e. f. est equale. c. e. equale quadrato lineae. c. b. quare quadratum lineae. c. b. est equale trigono. a. quod est propositum:

Et nota quod per hoc inveniunt latera tetragonica cuiuslibet altera parte logarithmorum et simpliciter omnis figure rectis lineis contente quecumque fuerit. quam omnem figuram talem in triangulos resolvemus et cuiuslibet illorum triangulorum inveniunt tetragonica latera secundum doctrinam istius. et inveniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inventa. verbi gratia volo nunc invenire latera tetragonica rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. e. f. resolvo eam. in. 3. triangulos qui sunt

Elementi II.14

Costruire un quadrato uguale a una figura rettilinea data

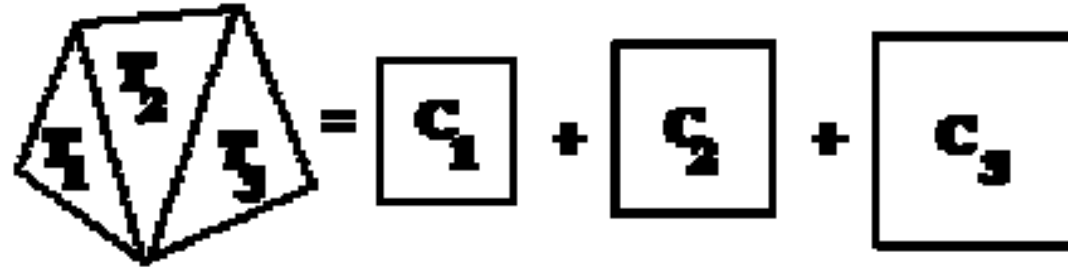
Tradizione greco-latina

Elementi II.14

Costruire un quadrato uguale a un dato triangolo

Tradizione arabo-latina

La II.14, permette di trasformare un triangolo in un quadrato equiesteso, così se si scompone un poligono in triangoli...

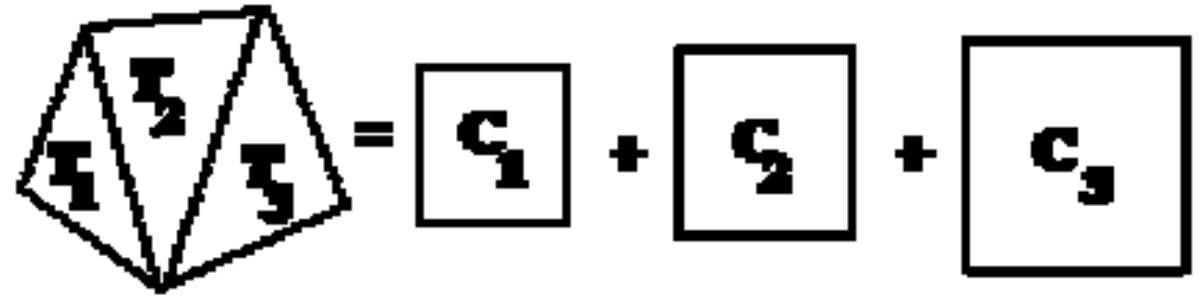


In realtà si dovrebbe costruire un *unico* quadrato equiesteso al poligono di partenza.

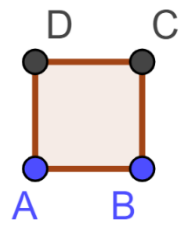
Il problema di partenza si è allora ricondotto a questo:

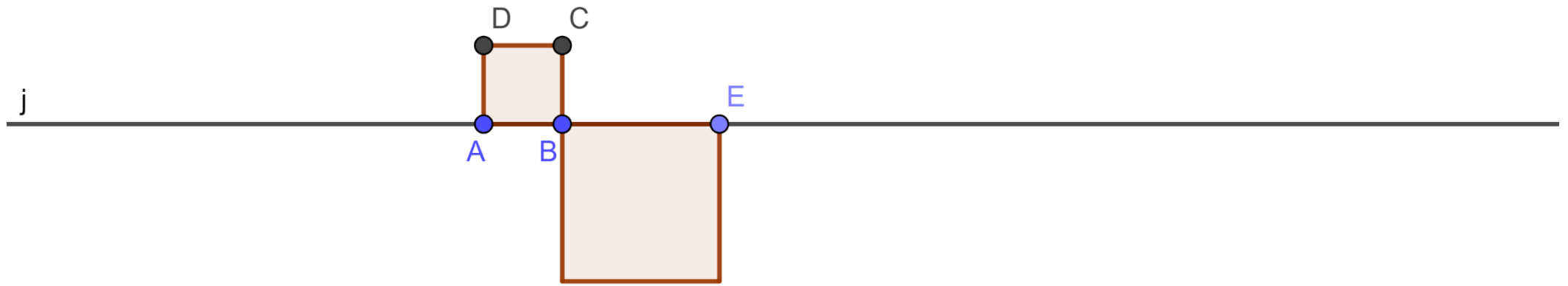
dati n quadrati come è possibile costruire con riga e compasso, un unico quadrato ad essi equivalente?

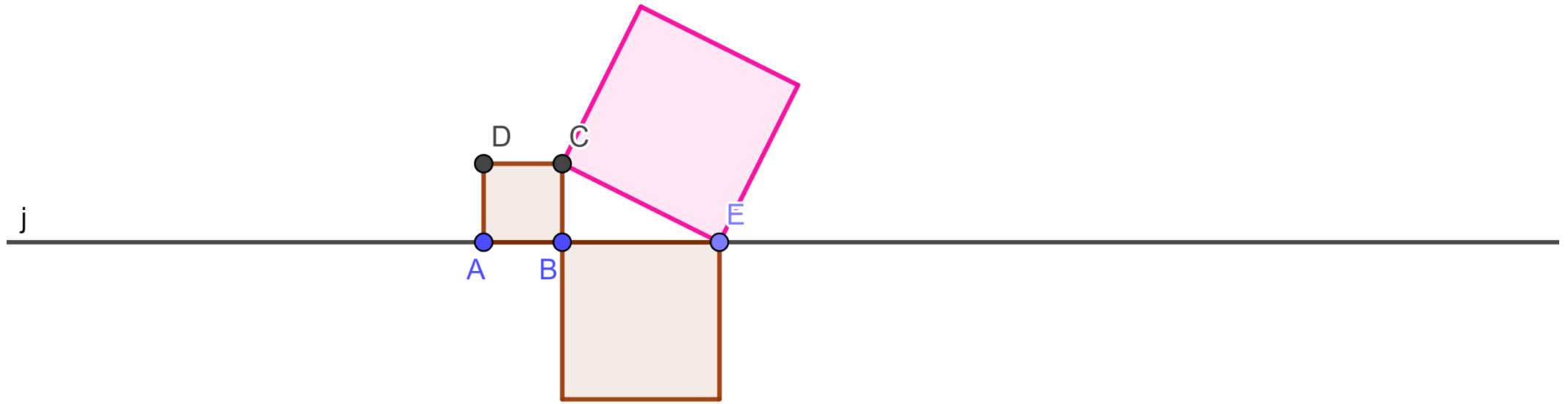
La risposta è ... il teorema di Pitagora.

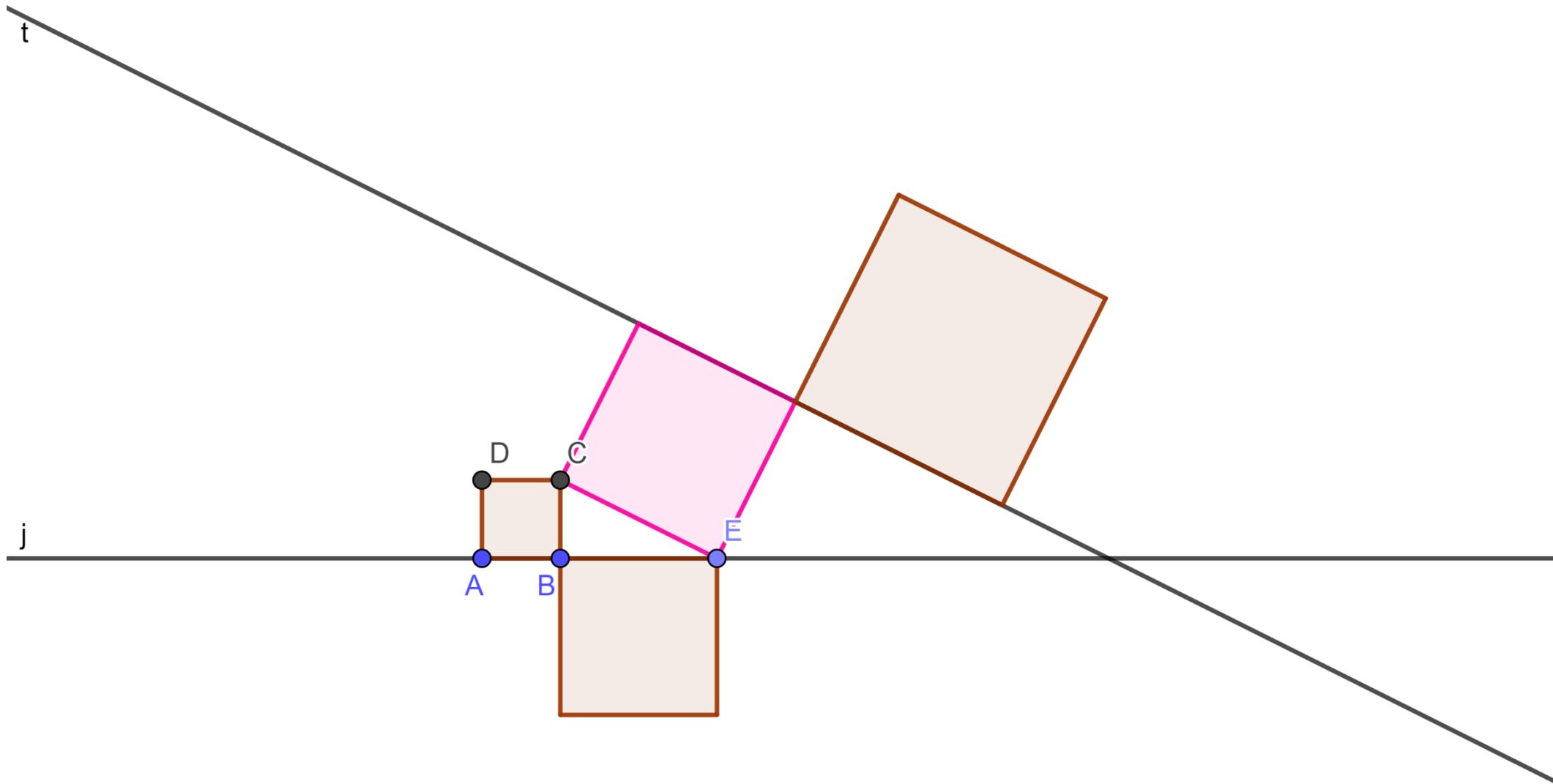


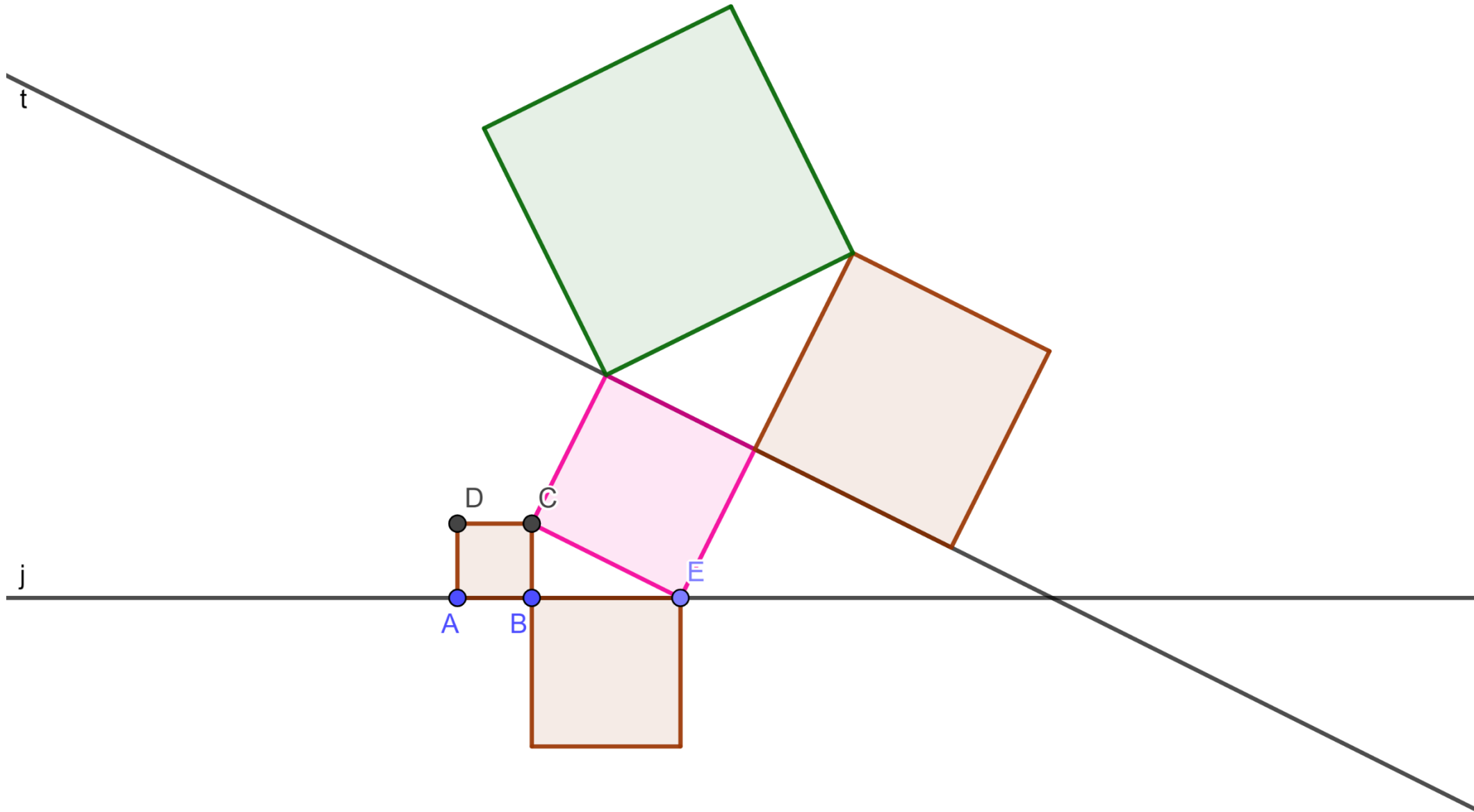
$$\left. \begin{array}{l} T_1 \xrightarrow{\text{I.42}} R_1 \xrightarrow{\text{II.14}} C_1 \\ T_2 \xrightarrow{\text{I.42}} R_2 \xrightarrow{\text{II.14}} C_2 \end{array} \right\} \text{I.47 } C$$

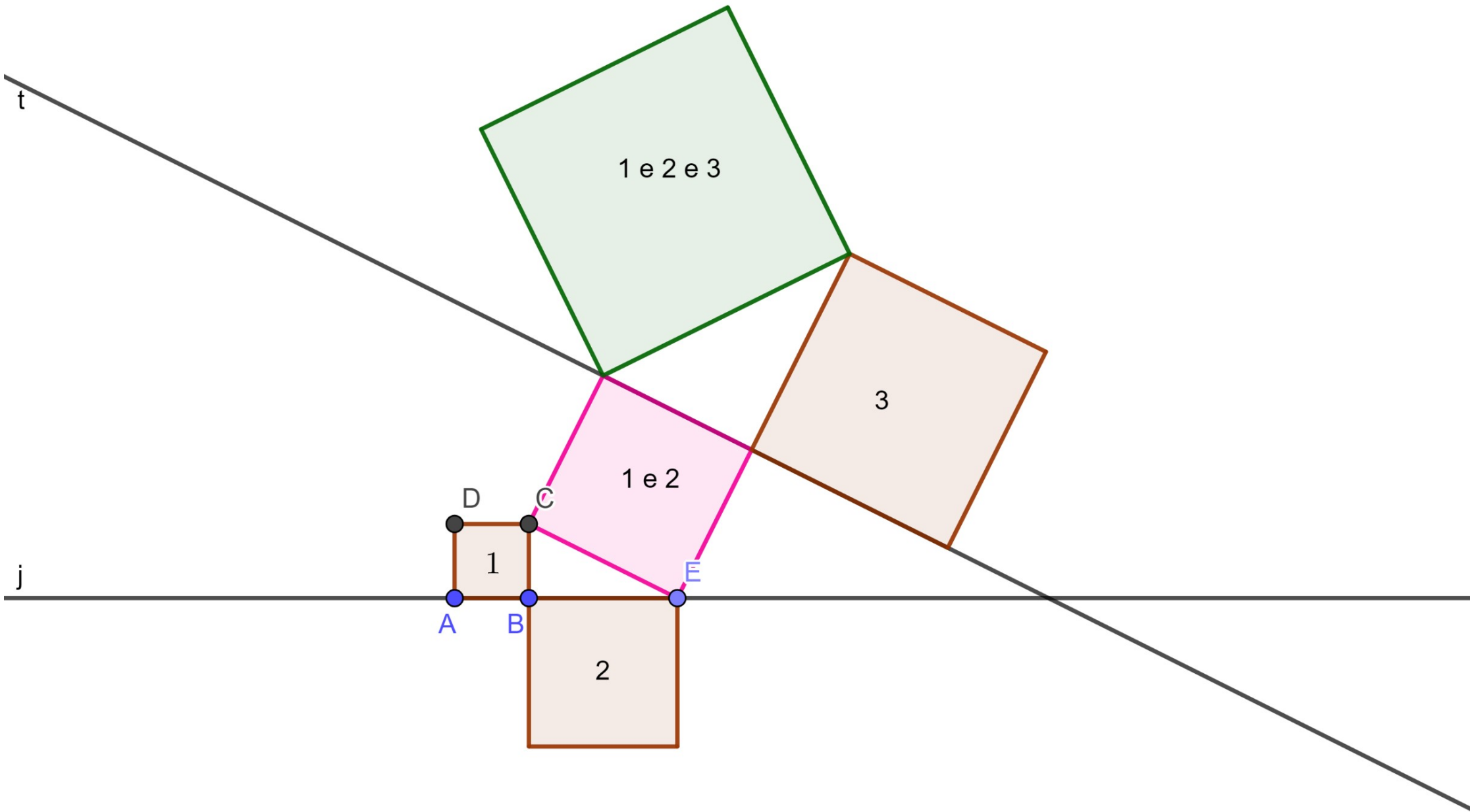


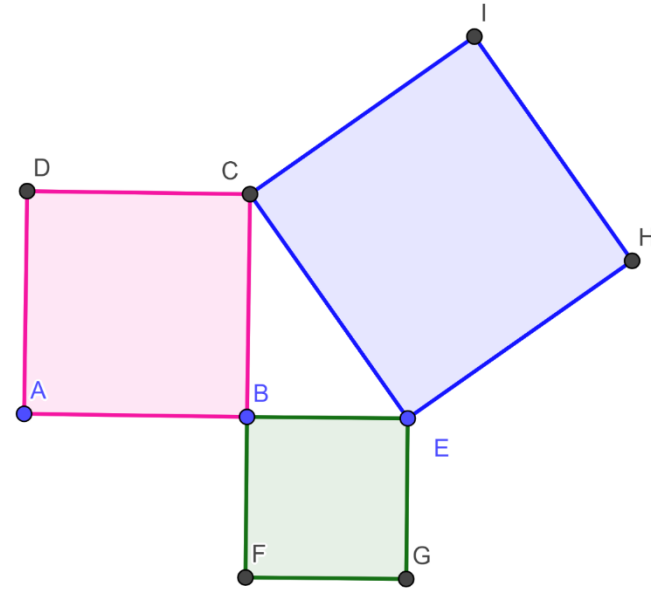
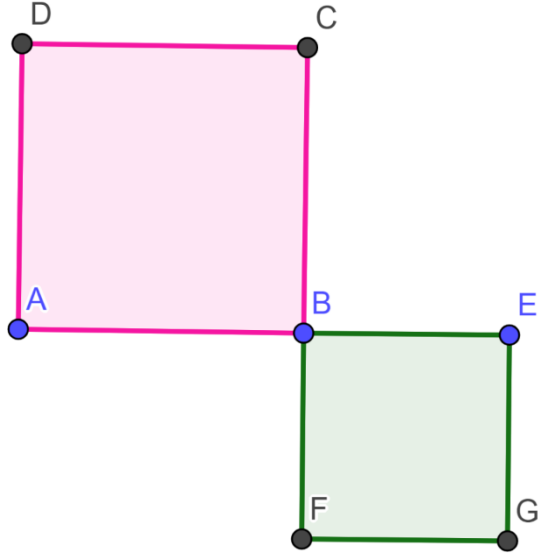












Il teorema di Pitagora diventa uno «strumento virtuale» per fabbricare quadrati equiestesi a una coppia di quadrati assegnati. Non solo: la «via arabo-latina» rende chiara la collocazione al termine del Libro I del teorema di Pitagora negli *Elementi*, nonché la sua funzione.

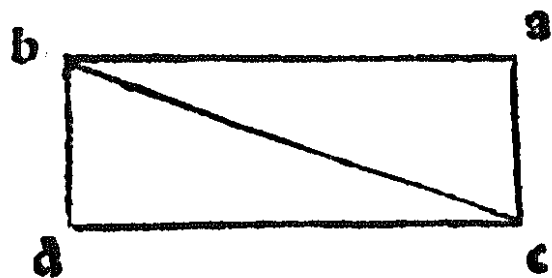
Theorema. xxij. propositio. xxxij.



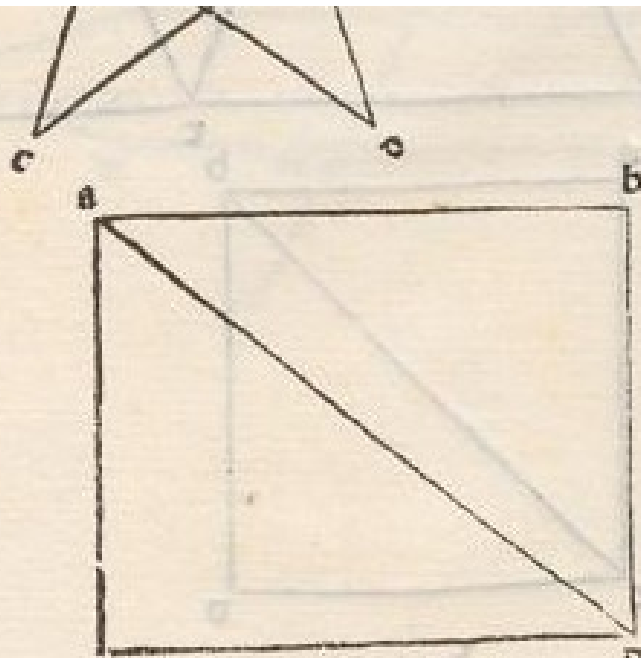
Equas & parallelos ad easdem partes rectae lineae. cōiungentes: & ipsae aequales & parallelae sunt.

Sint aequales rectae lineae & paralleli. *ab.* & *cd.* & ipsas cōiungant ad easdē partes rectae lineae. *ac.* & *bd.* dico q. *ac.* & *bd.* equeles & paralleli sunt. Cōnectatur enim per primum postulatū. *bc.* Quoniā parallelus est. *ab.* ipsi. *cd.* & in eas incidit. *bc.* alterni anguli. *abc.* & *bcd.* ad inuicem sunt aequales per. *xxix.* propositionem. Et quoniam aequalis est. *ab.* ipsi. *cd.* cōmunis autē. *bc.* Duæ igitur. *ab.* & *bc.* duabus. *bc.* & *cd.* sunt aequales: & angulus. *abc.* angulo. *bcd.* est aequalis. Basis igitur. *bd.* per quartā propositionem basi. *ac.* est aequalis. Et triangulum. *abc.* triangulo ei quod sub. *bcd.*

aequum est: & reliqui anguli reliquis angulis sunt aequales alter alteri sub quibus aequalia latera subtenduntur. Angulus igitur. *acb.* aequalis est ei qui sub *cbd.* & angulus. *bac.* ei qui sub. *bdc.* Et quoniam in duas rectas lineas. *ac.* & *bd.* recta linea incidit. *bc.* alternos angulos hoc est. *acb.* & *cbd.* aequales ad inuicem efficiens. Parallelus igitur est. *ac.* ipsi. *bd.* per. *xxvii.* propositionem: Ostensum autem est q. & ei aequalis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineae rectae: & ipse aequales & paralleli sunt: quod oportuit demonstrasse.



Propositio 33.

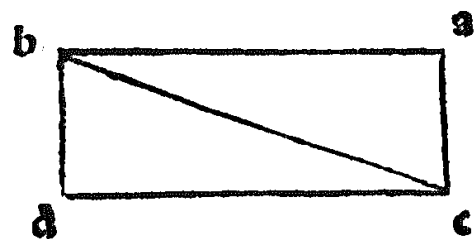


In summatib⁹ duarū linearū eq̄distātiū ⁊ eq̄lis q̄ntitatis alie due linee p̄iungant ipse quoq; eq̄les ⁊ eq̄distātes erūt.
 ¶ Sint due linee. a. b. ⁊ c. d. eq̄les ⁊ eq̄distātes q̄rū extremitates cōiungā p̄ lineas. a. c. ⁊ b. d. quas dico esse eq̄les ⁊ eq̄distātes. p̄tra/bam. n. lineā. a. d. ⁊ q; linee. a. b. ⁊ c. d. sunt equidistātes erit angl⁹ b. a. d. eq̄lis angulo. a. d. c. p̄ p̄mā ptē. 29. ergo erūt duo latera. a. b. ⁊ c. d. trianguli. a. b. d. eq̄lia vnob⁹ laterib⁹ d. c. ⁊ d. a. trianguli. d. c. a. ⁊ angulus a. p̄mi eq̄lis angulo. d. secūdi. ergo p̄ .4. basis. b. d. p̄mi ē equalis basi a. c. secūdi. ⁊ angl⁹. a. d. b. p̄mi equalis angulo. d. a. c. secūdi. Et quia ipsi sunt coalterni erunt linee. b. d. ⁊ a. c. equidistantes p̄. 27. ⁊ quia p̄ri⁹ p̄batū est ipas esse eq̄les: p̄3. p̄positū vtrūq;.

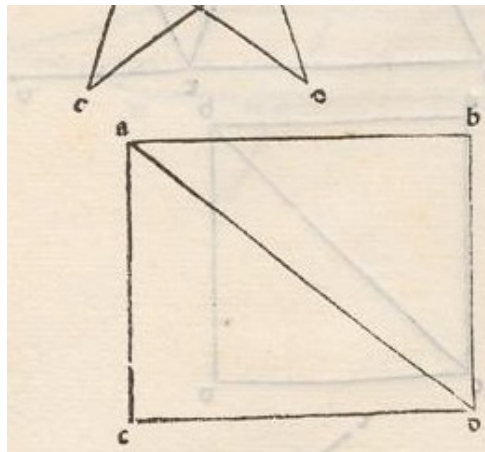
Theorema. xxij. propositio. xxxij.



Equas ⁊ parallelas ad easdem partes rectae lineae cōiungentes: ⁊ ipsae aequales ⁊ parallelae sunt.



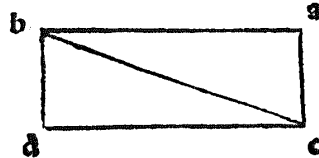
¶ Sint aequales rectae lineae ⁊ paralleli. ab. ⁊ cd. ⁊ ipsas cōiungant ad easdē partes rectae lineae. ac. ⁊ bd. dico q; ac. ⁊ bd. eq̄les ⁊ paralleli sunt. Cōnectatur enim per primum postulatū. bc. Quoniā parallelus est. ab. ipsi. cd. ⁊ in eas icidit. bc. alterni anguli. abc. ⁊ bcd. ad inuicem sunt aequales p̄. xxix. propositionem. Et quoniam aequalis est. ab. ipsi. cd. cōmunis autē. bc. Duæ igitur. ab. ⁊ bc. duabus. bc. ⁊ cd. sunt aequales: ⁊ angulus. abc. angulo. bcd. est aequalis. Basis igitur. bd. per quartā propositionem basi. ac. est aequalis. Et triangulum. abc. triangulo ei quod sub. bcd.



S

In summatib⁹ duarū linear
alie due linee pūgant ipse q
Sint due linee. a. b. 7. c. d. eqle
iungā p lineas. a. c. 7. b. d. quas d
bam. n. lineā. a. d. 7 qz linee. a. b. 7
b. a. d. eqlis angulo. a. d. c. p pma ptē. 29. ergo
li. a. b. d. eqlia duob⁹ laterib⁹ d. c. 7. d. a. triangu
gulo. d. secūdi. ergo p .4. basis. b. d. pmi ē equal
pimi equalis angulo. d. a. c. secūdi. At quia ip
a. c. equidistantes p. 27. 7 quia pri⁹ pbatū est i
Propositio

Propositio

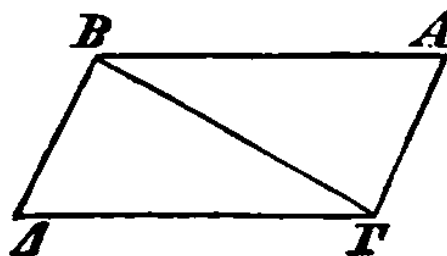


Cheorema. xxij. p. propositio. xxxij.
Equas 7 parallelos ad easdem partes rectae lineae. cō
iungentes: 7 ipsae aequales 7 parallelae sunt.
Sint aequales rectae lineae & paralleli. ab. & cd. & ipsas cōiū
gant ad easdē partes rectae lineae. ac. & bd. dico qz. ac. & bd. eq
les & paralleli sunt. Cōnectatur enim per primum postulatū. bc. Quoniā
parallelus est. ab. ipsi. cd. & in eas incidit. bc. alterni anguli. abc. & bcd. ad inuicē
sunt aequales per. xxix. propositionem. Et quoniam aequalis est. ab. ipsi.
cd. cōmunis autē. bc. Duae igitur. ab. & bc. duabus. bc. & cd. sunt aequales:
& angulus. abc. angulo. bcd. est aequalis. Basis igitur. bd. per quartā propo
sitionem basi. ac. est aequalis. Et triangulum. abc. triangulo ei quod sub. bcd.

XXXIII.

Rectae rectas aequales et parallelas ad easdem partes¹⁾ coniungentes et ipsae aequales et parallelae sunt.

Cosa cambia nelle figure che accompagnano il testo?

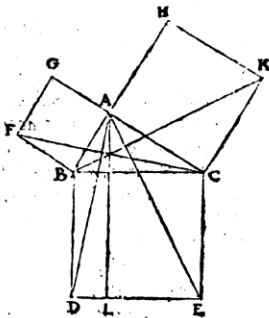


Sint aequales et parallelae AB ,
 CD , et coniungant eas ad easdem
partes rectae AD , BC . dico, et
iam AD , BC aequales et paral
lelas esse.

ducatur BD . et quoniam AB rectae CD parallela
est, et in eas incidit BD , anguli alterni ABD , BCD in
ter se aequales sunt [prop. XXIX]. et quoniam $AB = CD$,
communis autem BD , duae rectae AB , BD duabus BD ,
 CD aequales sunt. et $\angle ABD = BCD$. basis igitur AD
basi BC aequalis. et triangulum ABD triangulo BCD

In reatngulis triangulis, quod à latere reatngulum subten-
dente describitur quadratum æquale est quadratis, quæ à lateri-
bus reatngulum continentibus describuntur.

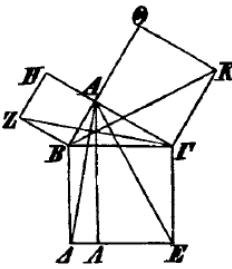
Sit triangulum reatngulum A B C, reatngulum ha-
bens B A C angulum . Dico quadratum descrip-
tum à reatngula B C æquale esse quadratis, quæ à ip-
sis B A A C describuntur . Describatur enim à B
C quidem quadratum B D E C, ab ipsis vero B A
A C quadrata G B H C, perq; A alterutri ipsaru-
rum B D C E parallela ducatur A L; et A D F C
iungatur. quoniam igitur uterque angulorum B
A C B A G reatngulus est, ad aliquam reatngulam lineam
B A, et ad datum in ea punctum A duæ reatngule li-
neæ A C A G non ad eandem partes positæ, angu-
los qui deinceps sunt duobus reatngulis æquales effi-
ciunt, in directum igitur est C A ipsi A G. eadem
ratione, et A B ipsi A H est in directum. Et quon-
iam angulus D B C est æqualis angulo F B A, re-
atngulus enim uterque est, communis apponatur A B
C. totus igitur D B A angulus toti F B C est æqualis. Quod cum duæ A B B D dua-
bus F B B C æquales sint, altera alteri, et angulus D B A æqualis angulo F B C; erit
et basis A D basi F C æqualis, et A B D triangulum triangulo F B C æquale . estq;
trianguli quidem A B D duplum B L parallelogrammum; basim enim eandem ha-
bent B D, et in eisdem B D A L sunt parallelis : trianguli vero F B C duplum est G
B quadratum. rursus enim basim habent eandem F B, et in eisdem sunt parallelis F
B G C. Quæ autem æqualium dupla inter se æqualia sunt. ergo æquale est paralle-



BA, AΘ in eadem reatngula sunt [prop. XIV]. et quoniam

$\angle AB\Gamma = ZBA$ (nam uterque
reatngulus est), communis adiiciatur
 $\angle AB\Gamma$. itaque
 $\angle ABA = ZB\Gamma$ [x. Ævv. 2].
et quoniam $\angle B = B\Gamma$,
 $ZB = BA$ [def. 22],
duæ reatngule AB, BA duabus ZB,
BΓ æquales sunt altera alteri;
et $\angle ABA = ZB\Gamma$. itaque
 $A\Delta = Z\Gamma$, $\Delta AB\Delta = ZB\Gamma$ [prop. IV]. et
 $BA = 2 AB\Delta$;

nam eandem basim habent BΔ et in iisdem parallelis
sunt BΔ, AΔ [prop. XLI]. et HB = 2 ZBΓ; nam
rursus eandem basim habent ZB et in iisdem sunt
parallelis ZB, HΓ. itaque¹⁾ BA = HB. similiter
ductis reatngulis AE, BK demonstrabimus, esse etiam
 $\Gamma A = \Theta\Gamma$. itaque $B\Delta E\Gamma = HB + \Theta\Gamma$ [x. Ævv. 2].
et BΔEΓ in BΓ constructum est, HB, ΘΓ autem



LIBER

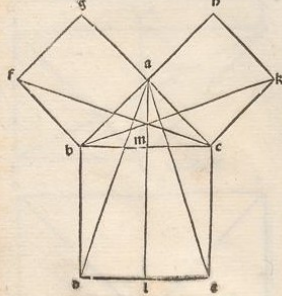
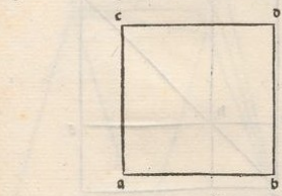
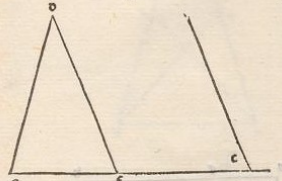
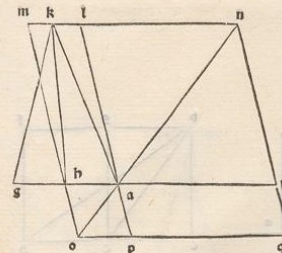
lineæ . a . b . fm reatngulæ: quæ pono equalẽ lineæ . e . f . basi trianguli bati
quæ cõstituo trianguli vni ei eõle & equalatru. qd hoc modo facio. Constat
n . m . a . g . k . equalẽ angulo . e . z . ngulum . g . a . k . equalẽ angulo . f . per . 23 .
g . a . posita fuerat equalis . e . f . crit per . 26 . triangulus . g . a . k . equalis & equalis
triangulo . e . f . d . diuidi ergo . g . a . per equalia in puncto . b . z . p . r . a . b . a . k . b . z .
cam a puncto . k . lineã . m . k . n . equidistantẽ lineæ . g . b . critq; per . 38 . triangul
k . equalis triangulo . g . b . k . tunc super punctũ . a . lineæ . g . a . faciã angulum . g
23 . equalẽ angulo . c . dato: & complebo sup basim . a . b . z . inter lineas . g . b . z
equidistantes superficiẽ equidistantiũ laterum . m . l . b . a . que p . 41 . dupla
e trianguli . k . b . a . quare equalis totali triangulo . k . g . a . quare z triangulo . d . e
posito: protraham ergo . b . n . equidistantẽ . a . l . z . produca diametrum . n . a . q
trahã quousq; cõcurrat cũ . m . b . in puncto . o . z . cõplebo superficiẽ equidist
laterum . m . o . n . q . z . protraham . l . a . v . s . q . ad . p . eritq; per pcedentẽ supple
a . b . p . q . equalẽ supplemento . m . l . b . a . quare z triangulo . d . e . f . z . q . per . 15 .
lus . l . a . b . e . equalis angulo . b . a . p . z . ideo angulus . b . a . p . est equalis angulo
super datam lineã . a . b . descripti esse superficiẽ equidistantiũ laterum . a . b .
equalẽ dato triangulo . d . e . f . cuius utraq; duorum angulorum contra se p
tum qui sunt . a . z . q . e . equalis dato angulo . c . quod fuit ppositum .

Propositio 45.

E data linea quadratum describere.
Sit data linea . a . b . ex qua volo qdratum describere: a pun-
z . b . lineæ . a . b . educo p . 11 . lineas . a . c . z . b . d . perpendiculares
neam . a . b . que erit equidistantes per vltimã ptem . 28 . z . pon
q; eaz eidem . a . b . per scõdam equalẽ z protraho lineam . c . d .
ipsa equalis et equidistans lineæ . a . b . per . 33 . z . quia utraq; duorum anguloz
b . est reatngulus . erit utraq; duoz . c . z . d . reatngulus per vltimã ptem . 29 . ergo per oñ
onem . a . b . c . d . e . quadratum quod est ppositũ . Idem aliter sit . a . c . perpen
laris super lineam . ab . per . 11 . z . sit et equalis vt prius z a puncto . c . per . 31 .
c . d . equidistans . a . b . z . ponatur equalis ei z ducatur lineã . d . b . que per . 33 . cr
lis z equidistans . a . c . z . omnes anguli reatnguli per vltimã ptem . 29 . quare per oñ
onem habemus ppositum .

Propositio 46.

In omni triangulo reatngulo quadratum qd a late-
cto angulo opposito in semetipso duero describitur æ-
quale duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus
scribuntur.
Sit triangulus . a . b . c . cuius angulus . a . sit reatngulus dico qd qua-
tũ lateris . b . c . equũ qdrato . a . b . z . quadrato . a . c . sit sumptis . Quadrato
tria latera fm doctrinã pcedentis: sitq; qdratũ . b . c . superficies . b . c . d . e . z . qdratũ
a . superficies . b . f . g . a . z . qdratũ . a . c . superficies . a . c . b . k . ab angulo . a . reatngulo
a . f . z . d . e . basiũ maximũ qdrati tres lineas . f . a . l . equidistãte vtriq; lateri . b . d . z . c . e .
ect . b . c . i puncto . m . z . ppothensis . a . d . z . a . c . itaq; a duobus reliquis angis triãguli
b . z . c . ducã ad duos angulos duoz qdratoz: miorz duas lĩcas se inĩscãtes jtra



Da questi (e altri) esempi emerge chiaramente quale sia la tendenza dei manoscritti nel disegno delle figure: se due lati di un triangolo possono essere uguali, saranno disegnati uguali; se un angolo può essere retto, sarà disegnato retto...

Ken Saito chiama questo fenomeno *over-specification* (iper-specificazione) e caratterizza tanto i manoscritti greci quanto quelli arabo-latini: si tratta di un diverso modo di intendere i disegni geometrici legato anche agli strumenti di esecuzione (non era sensato attribuire troppi significati ai disegni, perché non era ragionevole aspettarsi che ogni manoscritto li riproducesse esattamente, mantenendo le relazioni metriche)

Mentre Heiberg non si era preoccupato dei disegni, gli editori moderni (e i docenti di matematica...) pensano che sia meglio evitare la iper-specificazione e cercare di costruire un disegno quanto più generico possibile, onde evitare possibili equivoci dovuti a una particolare configurazione.

Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimè in artem Geometrie incipit quâsoelicissime:



Campano da Novara ed Euclide:
un interprete *fidissimus* o *barbarissimus*?

unctus est cuius pars non est. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. **L**inea recta est ab uno puncto ad aliud hoc est cuius sunt illae extremitates suas utrumque eorum recipiens. **L**inea curva est cuius latitudo in his: cuius termini quidem sunt lineae. **S**uperficies plana est ab una linea ad aliam extensa in extremitates suas recipiens. **A**ngulus planus est duarum linearum alterius partem: quarum expansio est super superficie applicationeque non directa. **Q**uando autem angulum pertinet duae lineae recte rectilineae angulus nominatur. **Q**uoniam si recta linea super rectam steterit duoque anguli utrobique fuerit aequales: eorum uterque rectus erit. **L**ineaque lineae superstantis ei cui superstat perpendicularis vocatur. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. **A**ngulus vero minor recto acutus dicitur. **T**erminus est cuius latitudo non est.

De principijs per se notis: et primo de definitionibus earundem.

