Lezione di preparazione al Certamen Novariense

Lunedì 22 aprile 2024

Professori Matteo Pozzi, Francesca Demarchi

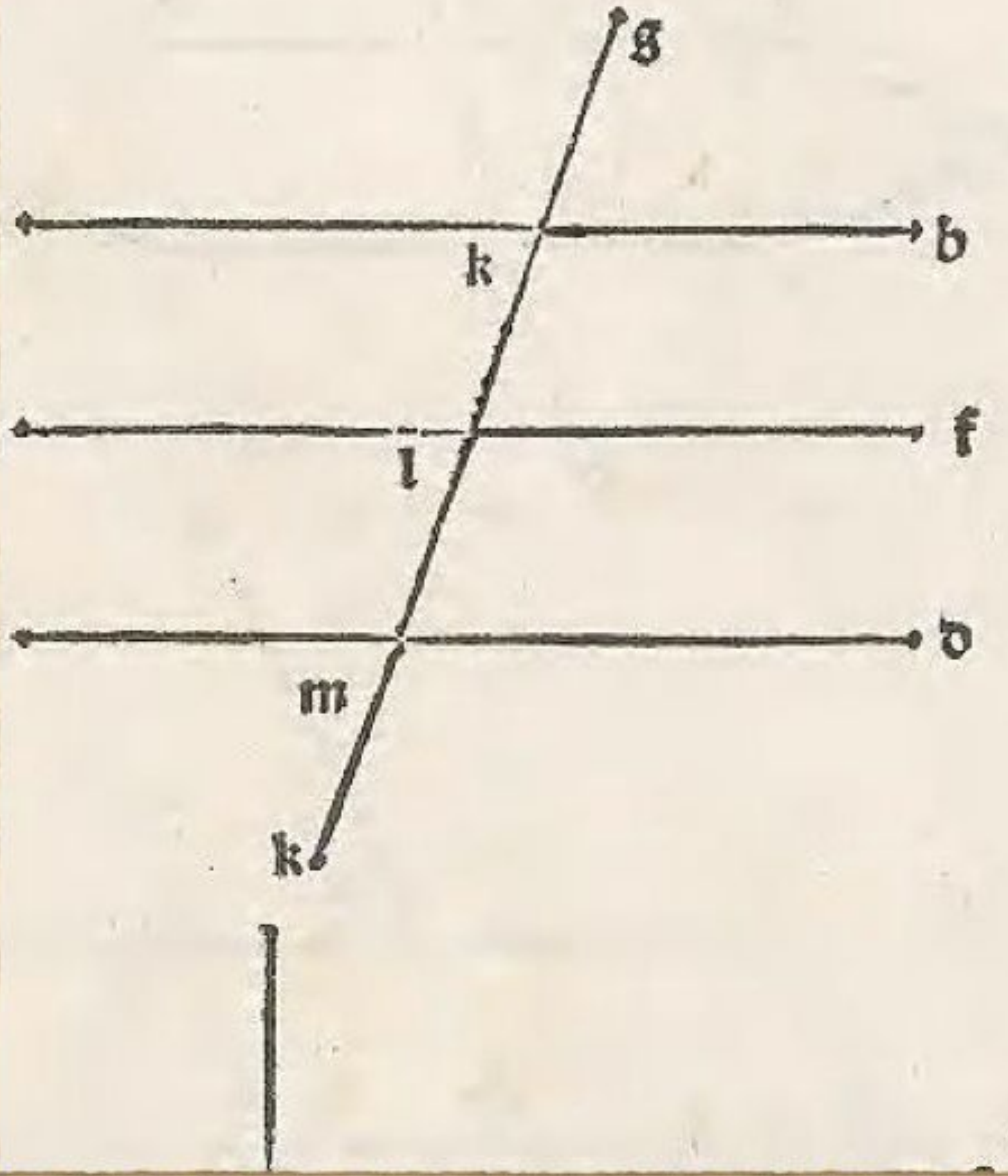
Gli Elementi di Euclide

Struttura generale: 13 libri.

Geometria piana-proporzioni-similitudini-teoria dei numeri-irrazionali quadratici-geometria dello spazio-solidi

I libro

- 23 definizioni: enti primitivi-angoli-figure
- 5 postulati
- 5 nozioni comuni
- 48 proposizioni



situm. Propositio .30.

S I fuerint due linee vni equidistantes eedem sibiinuicē e/
quidistantes erunt.
Sint due linee.a.b.⁊.c.d.quarū vtraq3 eq̄distet linee.e f.dico il/
las duas videlz.a.b.⁊.c.d.esse equidistantes.hoc aūt est vniuersali
ter ver̨ siue due linee.a.b.⁊.c.d.sint in vna sup̄ficie cū linea.e.f.siue
non:hic tñ non intelligit̃ nisi ƀm q̄ oēs sunt in superficie vna:scōm.n.q̄ sūt in di
uersis superficieb⁹ p̄bat̃ i nona.libri.ii.q̄ sunt equidistātes.Sint ergo i oēs sup/
ficie vna:p̄trahā aūt lineā.g.h.secātem lineas a.b.⁊:c.d.in punctis.k.l.m. ⁊ qa
a.b.equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.e.l.k.per p̄mā p̄tem p̄cedē
tis cum illi sint coalterni:atq3.c.d.equidistat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinsec⁹ eq̄/
lis angulo.l.m.c.intrinseco p̄ scd̄am p̄tem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.est equa
lis angulo.c.m.l.qui cū sint coalterni erūt p.27.linee.a.b.⁊.c.d.equidistātes: qd̄
est p̄positum. Propositio .31.

Proposizione 30

Libro I, Elementi di Euclide, manoscritto della biblioteca vaticana

H. L. L. Busard

Campanus of Novara and Euclid's *Elements*

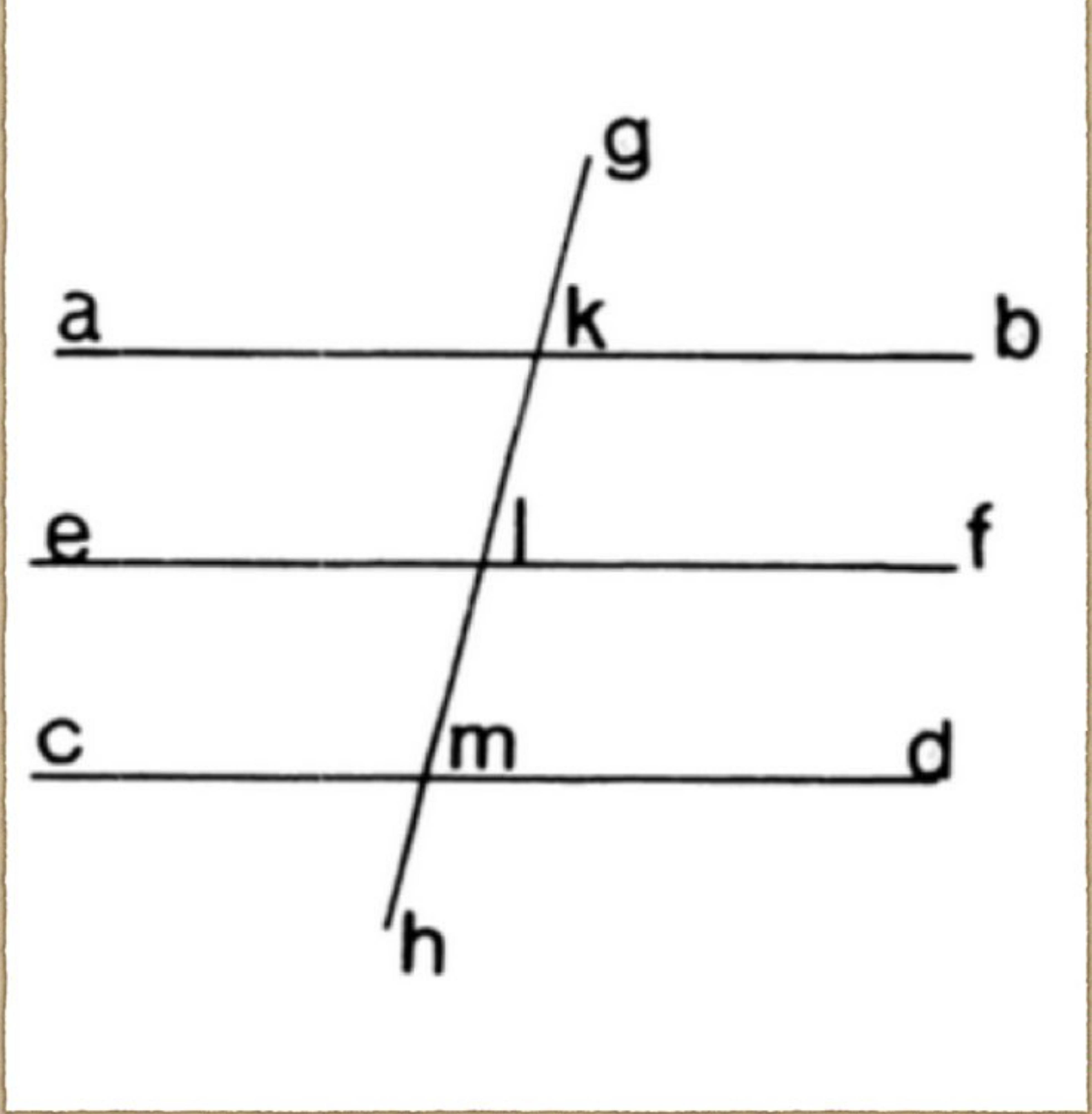
Volume I

Propositio 30

- Si fuerint due linee uni equidistantes, eedem sibi invicem equidistantes erunt.
- Se ci saranno due rette parallele ad una (un'altra retta), le stesse saranno parallele tra loro.

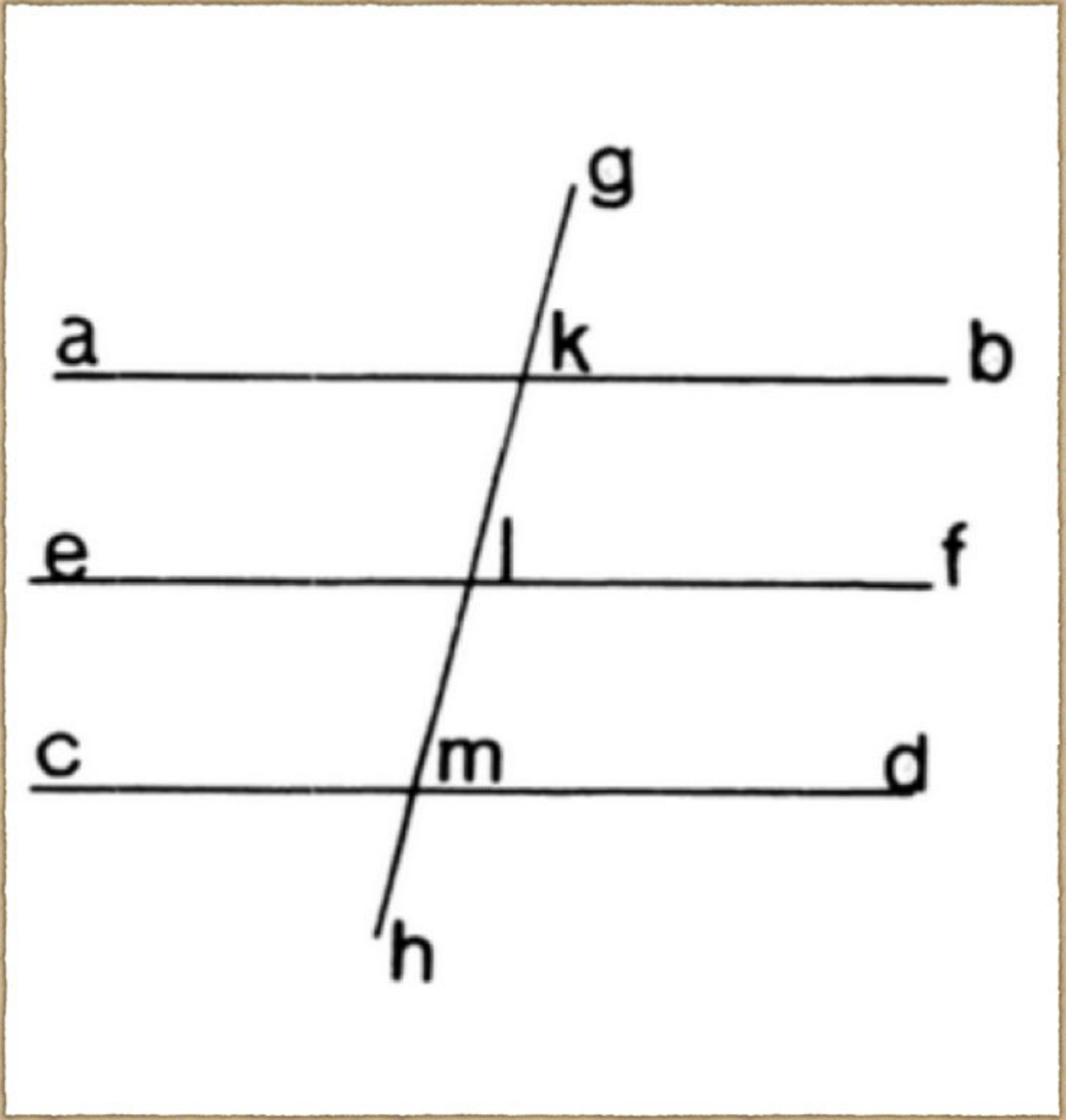
Sint due linee a b et c d quarum utraque sit equidistans linee e f. Dico quod a b et c d sunt equidistantes.

Ci siano due rette ab e cd, ciascuna delle due sia parallela alla retta ef. Dico che ab e cd sono parallele.



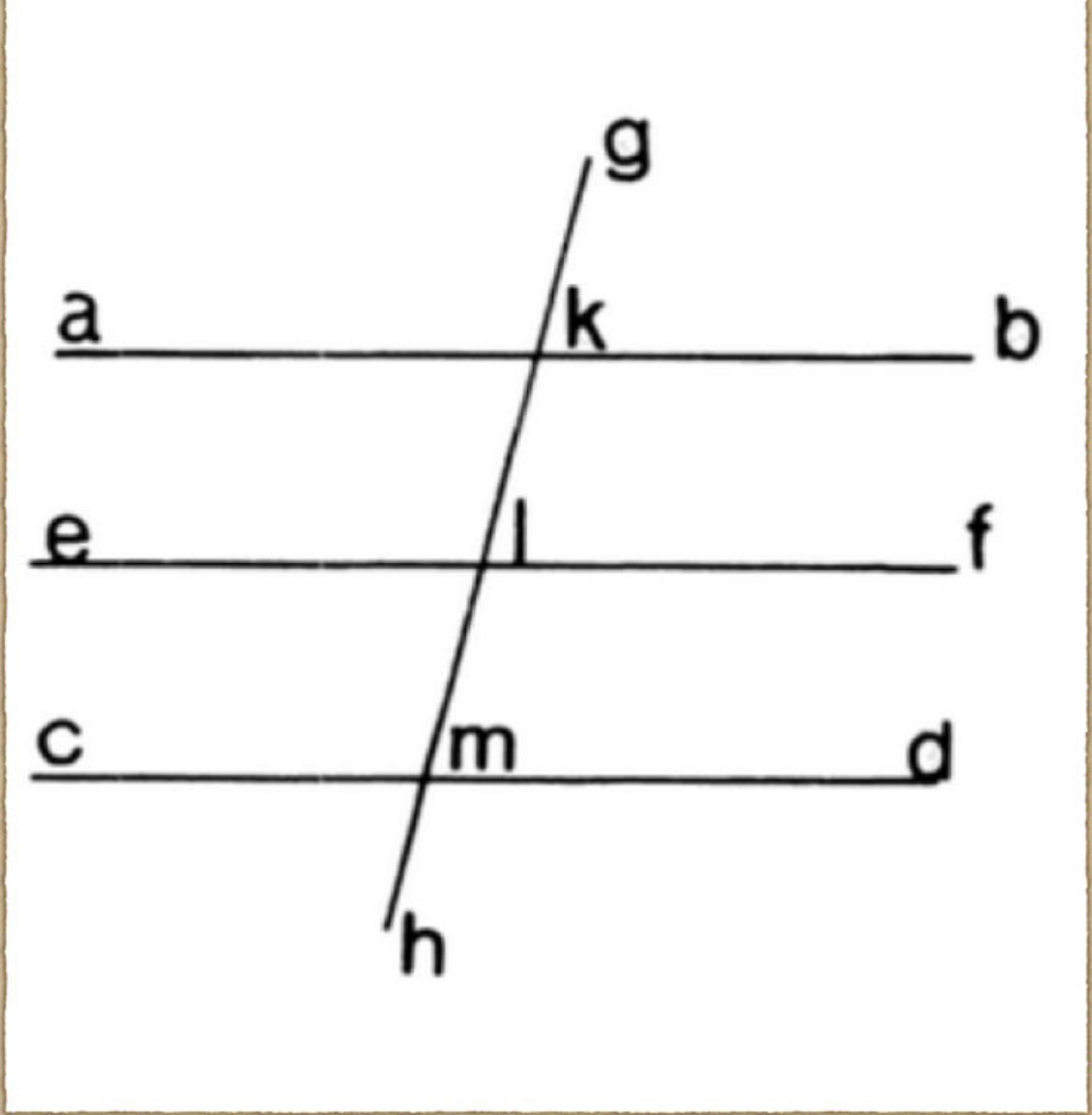
Hoc autem est universaliter verum sive due linee a b et c d sint in una superficie cum linea e f sive non.

Questo invece è universalmente vero sia che le due rette ab e cd siano su una superficie con la retta ef sia che non lo siano.



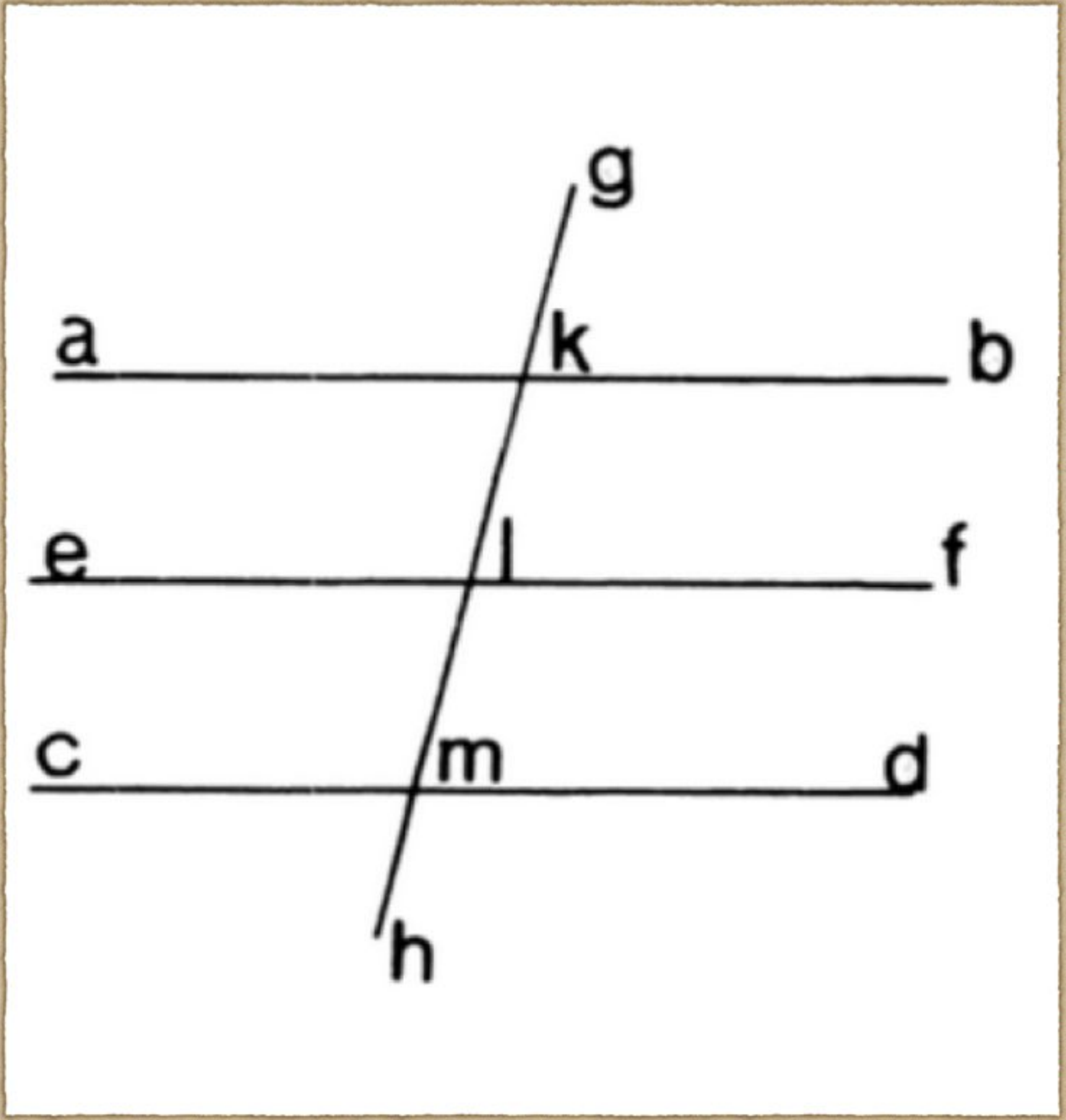
Hic tamen non intelligitur nisi secundum quod omnes in superficie una.

Questo tuttavia non si capisce se non nel caso in cui tutte siano in un'unica superficie



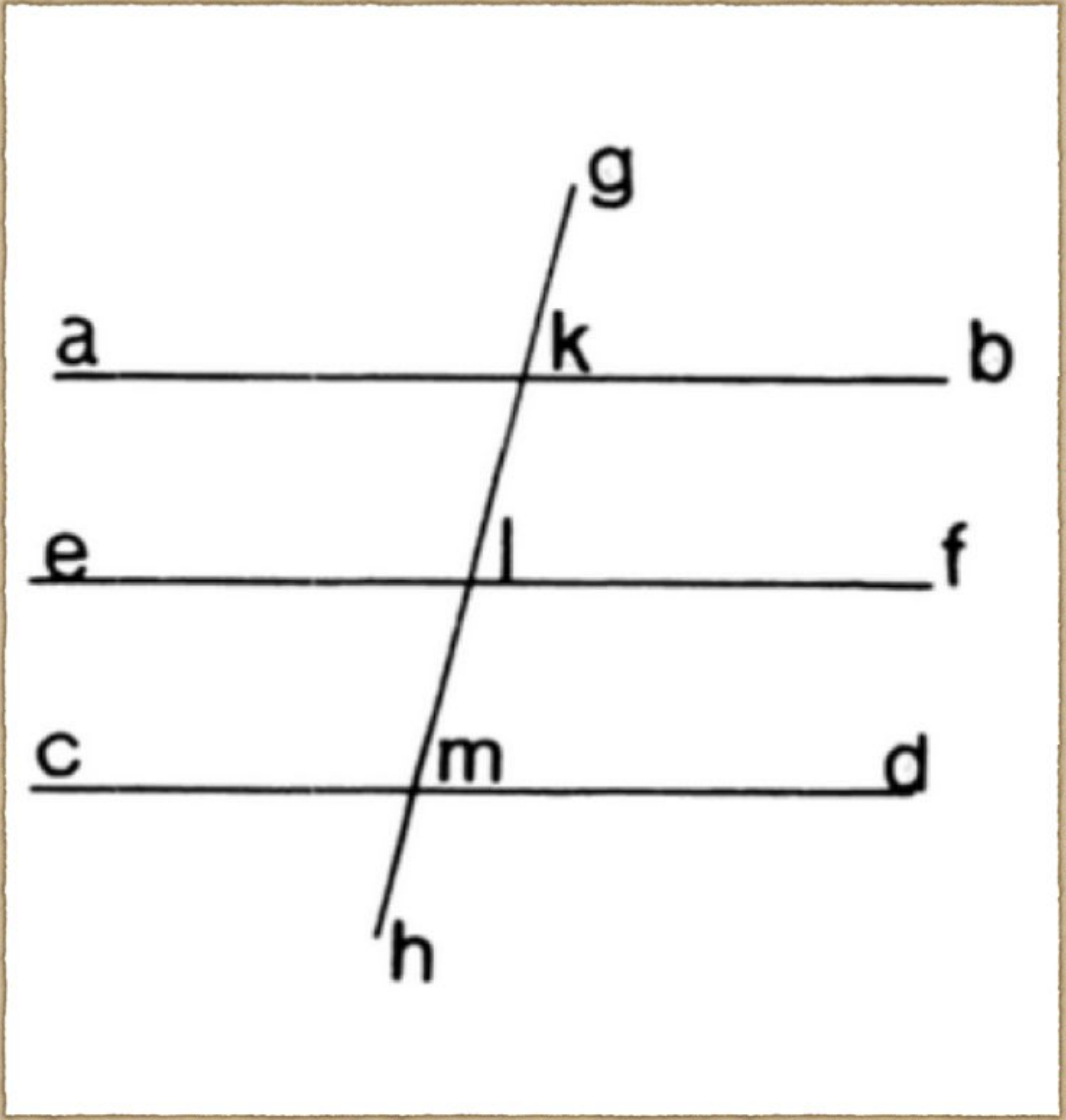
Secundum
autem quod sunt in diversis superficiebus
probatur quod ipse sibi invicem
equidistent in nona undecimi.

Invece nel caso in cui siano su diverse superfici è
provato che le stesse sono tra loro parallele a vicenda.



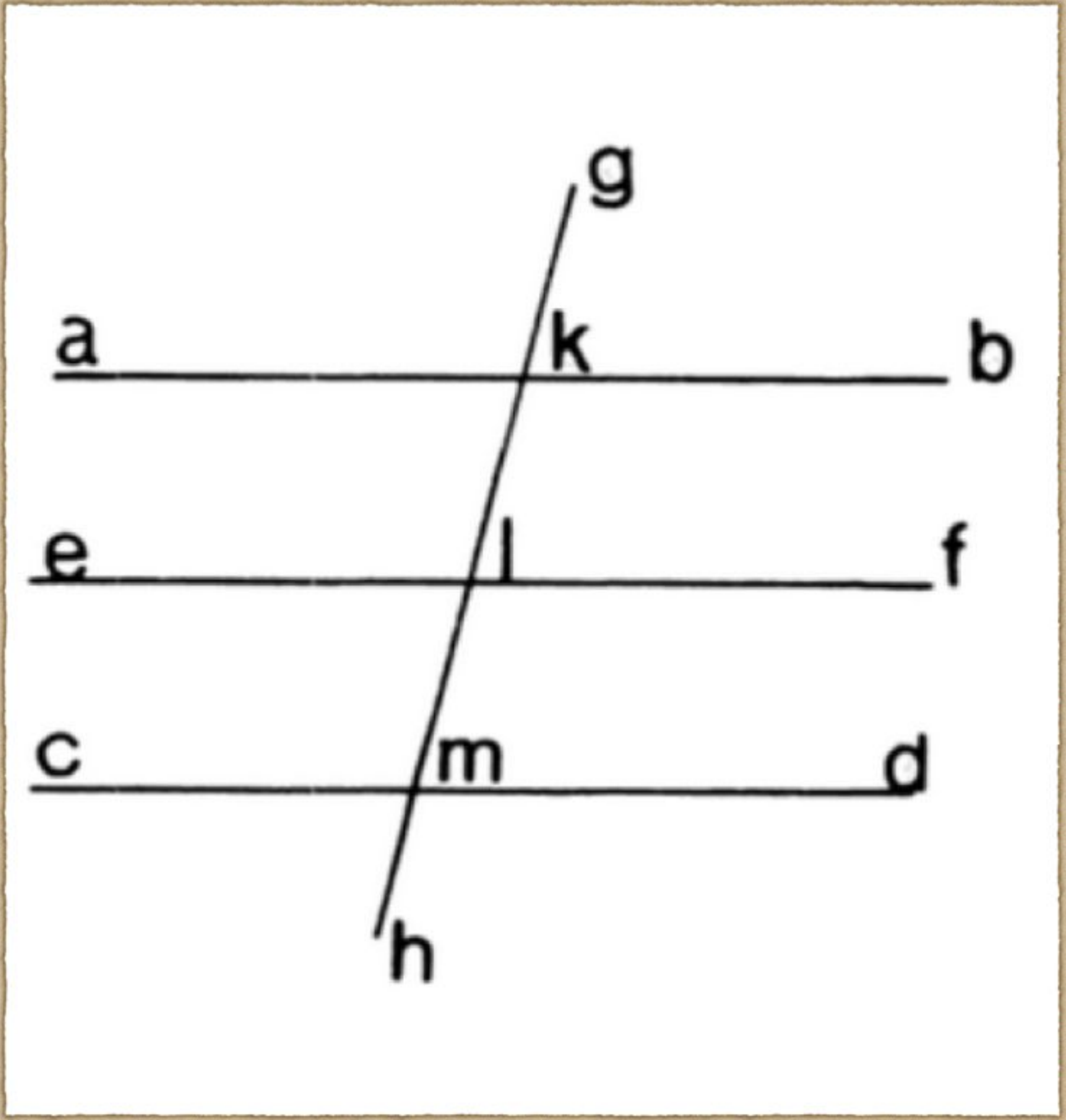
Sint ergo omnes in superficie una. Protraham
autem lineam g h secantem lineas a b, e f et c d in punctis k, l et m et
quia a b equidistat e f, erit angulus b k l equalis angulo e l k per primam
partem precedentis cum ipsi sunt coalterni.

Tutte sono dunque su una superficie. Si tracci una retta gh secante le rette ab, ef, cd nei punti k, l, m e poiché ab è parallela a ef , ci sarà l'angolo bkl eguale all'angolo elk secondo la prima parte della precedente, quando gli stessi sono alterni interni



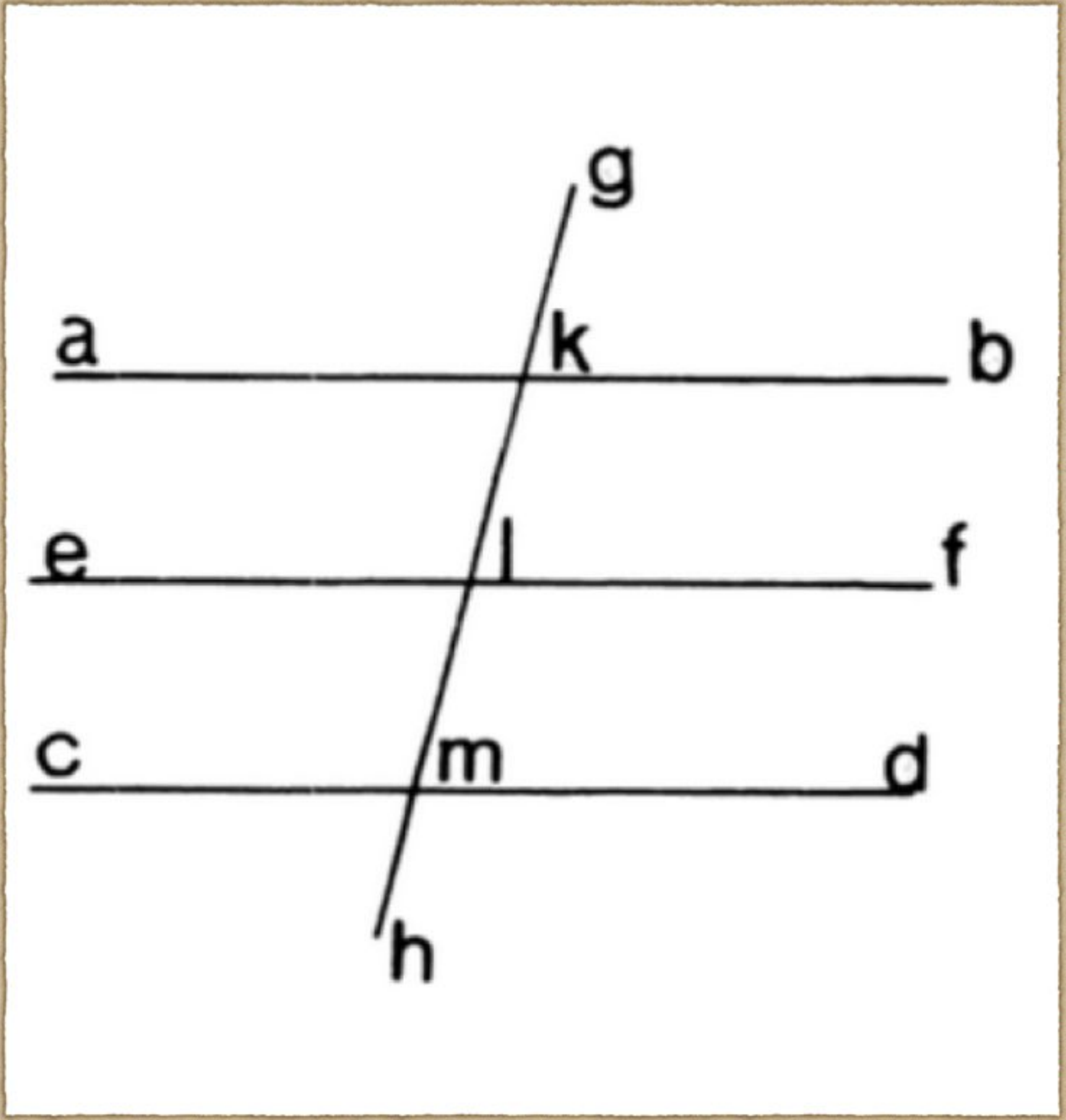
At quia c d equidistat e f, erit angulus k l e extrinsecus equalis angulo l m c intrinseco per secundam
partem precedentis, ergo angulus b k l est equalis angulo c m l qui cum sint
coalterni, erunt per 27 linee a b et c d equidistantes.

Ma poiché cd è parallelo a ef ci sarà l'angolo esterno kle uguale all'angolo interno lmc per la seconda parte della precedente, quindi l'angolo bkl è uguale all'angolo cml, che, poiché sono alterni interni, le rette ab e cd saranno in base alla proposizione 27 parallele.



Quod est propositum.

Come volevasi dimostrare



Commento

1. Anche se il linguaggio utilizzato dall'autore è diverso da quello moderno, riconosci la proprietà descritta e dimostrata in questa proposizione?

Si tratta della

"proprietà transitiva del parallelismo":

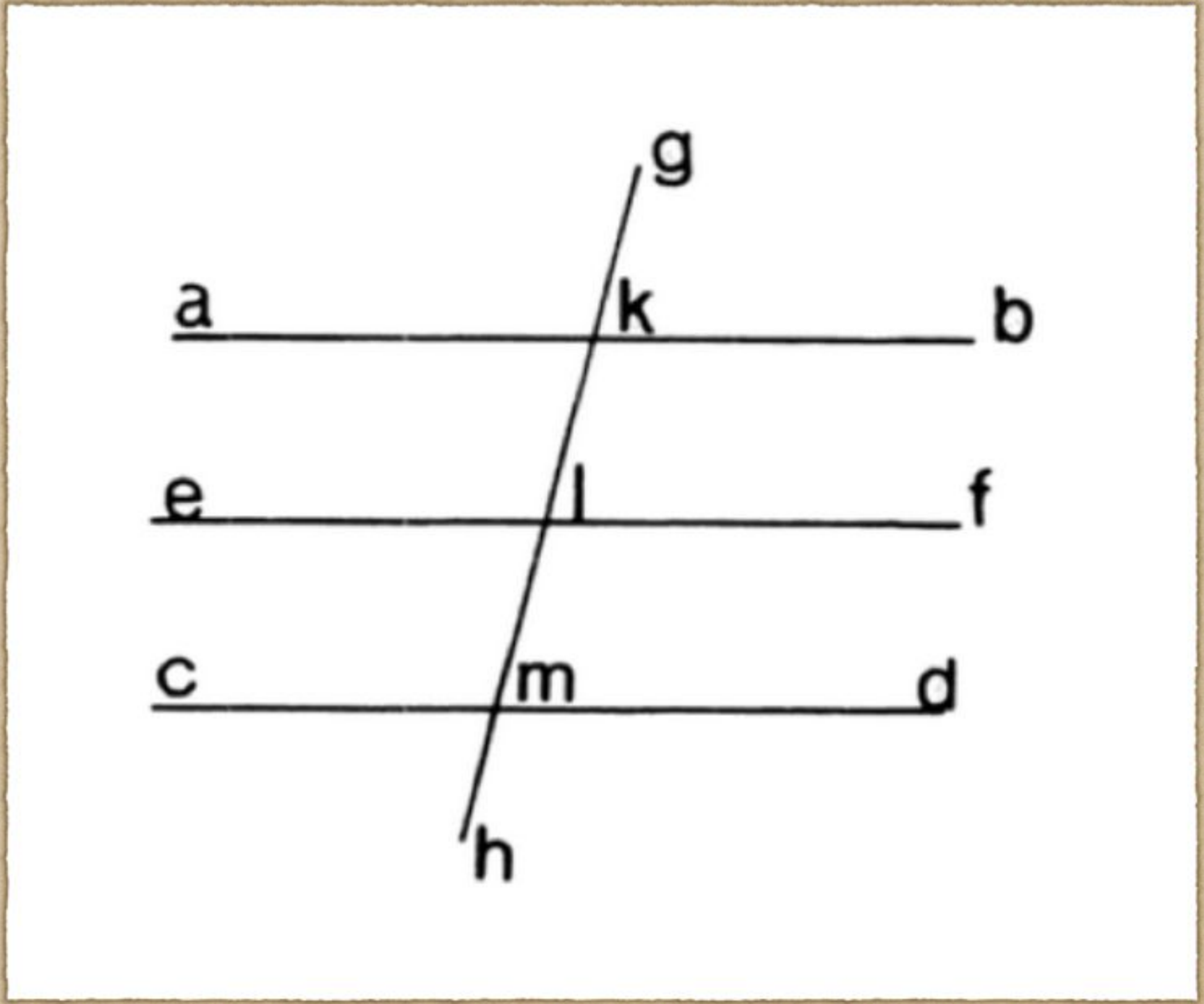
<< Se a//b e b//c, allora a//c. >>

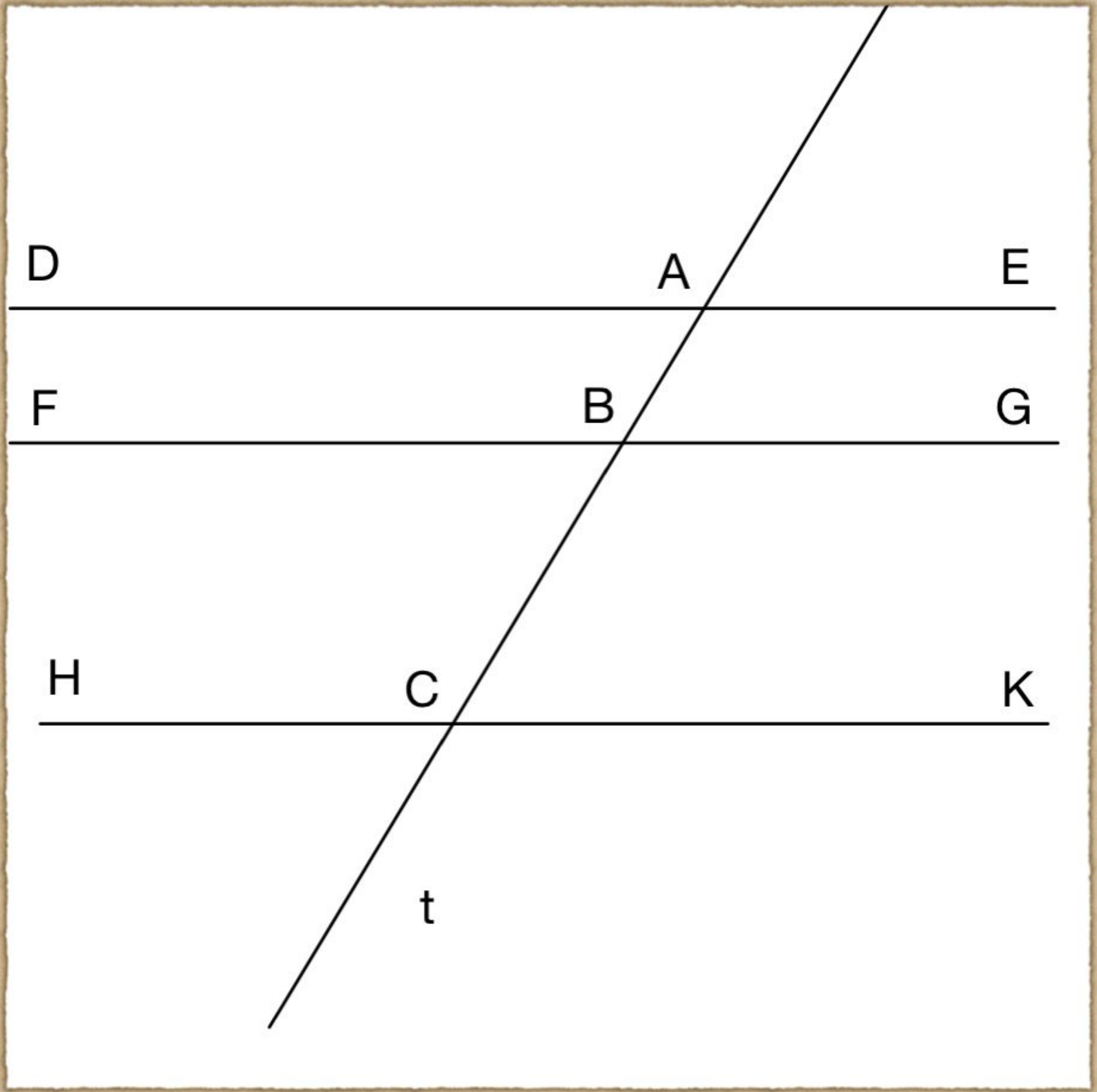
Il parallelismo è una relazione di equivalenza

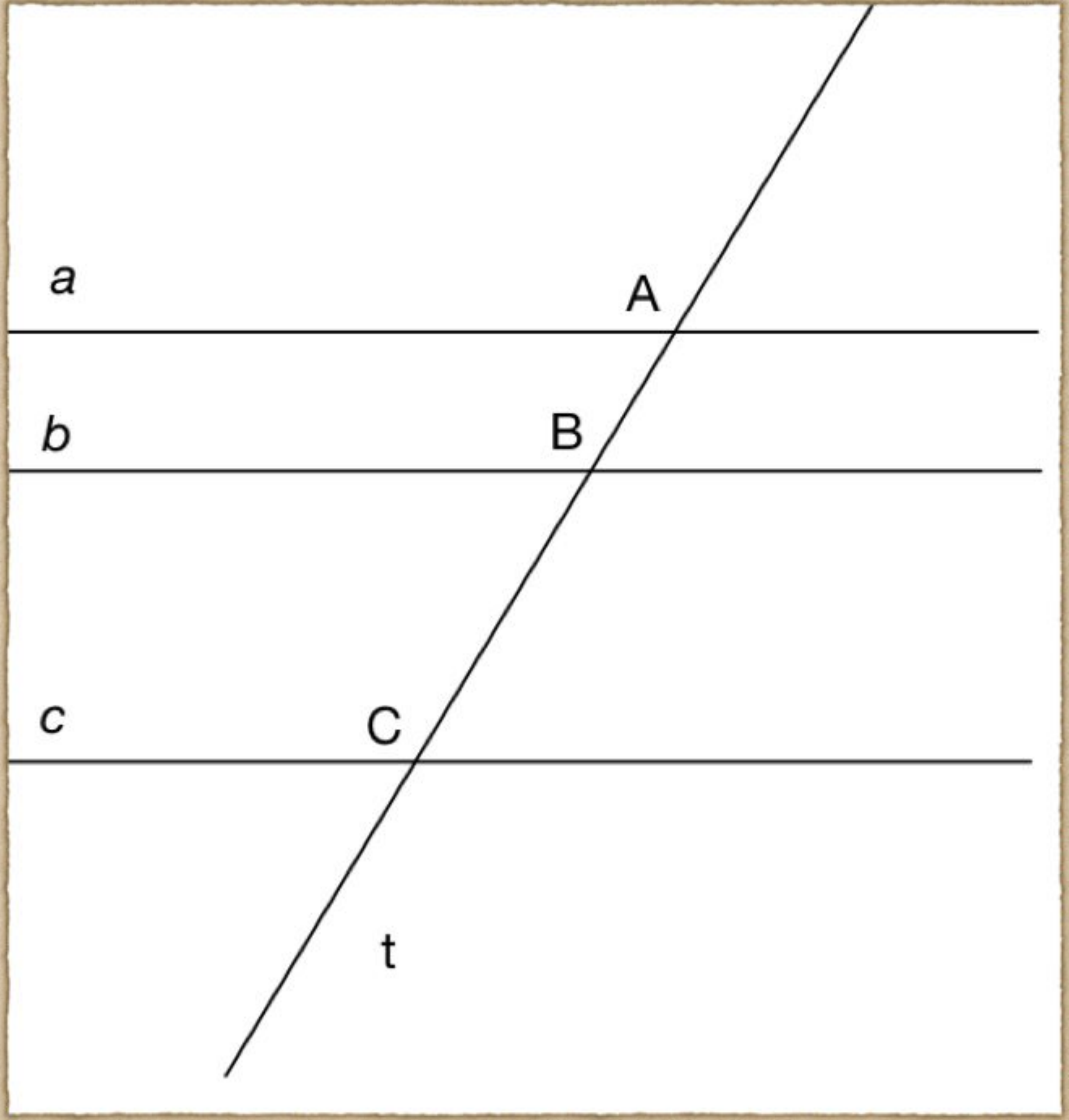
- PROPRIETÀ RIFLESSIVA: $a // a$
- PROPRIETÀ SIMMETRICA: se $a // b$, allora $b // a$
- PROPRIETÀ TRANSITIVA: se $a // b$ e $b // c$, allora $a // c$

2. Noti delle differenze tra le notazioni del testo e quelle che usiamo oggi?

- Come indichiamo i punti oggi?
- Come indichiamo le rette?

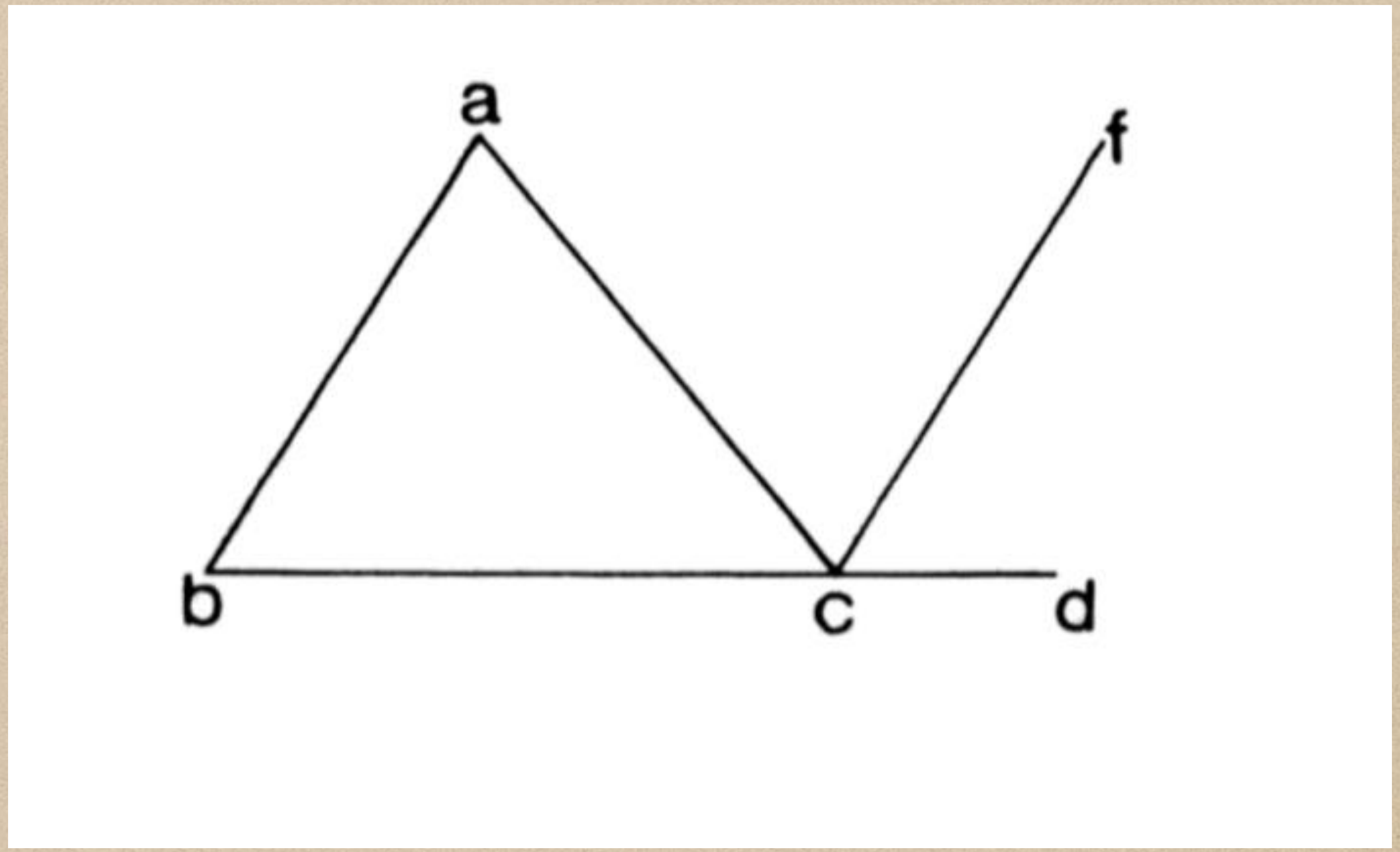



D
A
E
F
B
G
H
C
K
t

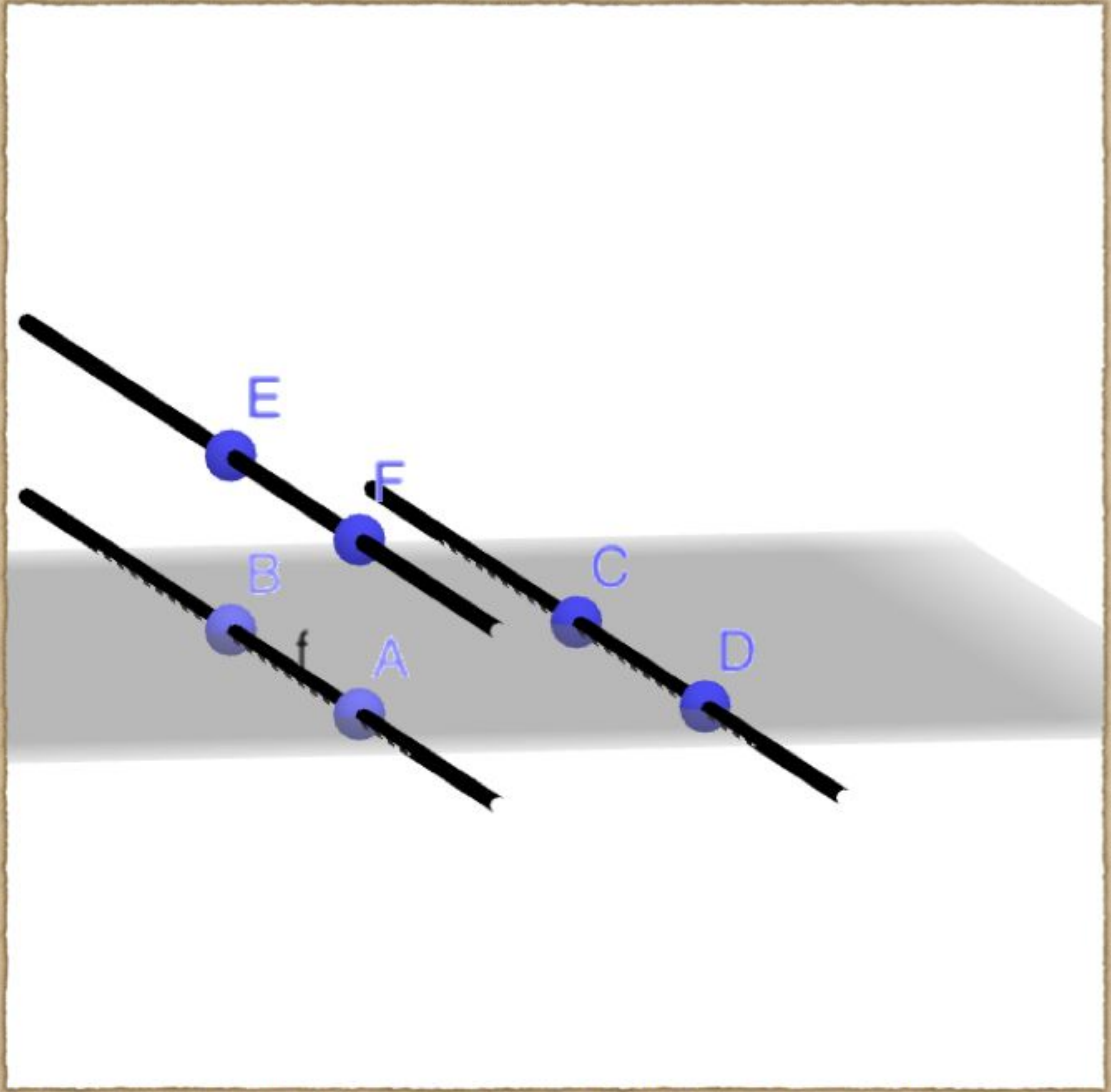

a
A
b
B
c
C
t

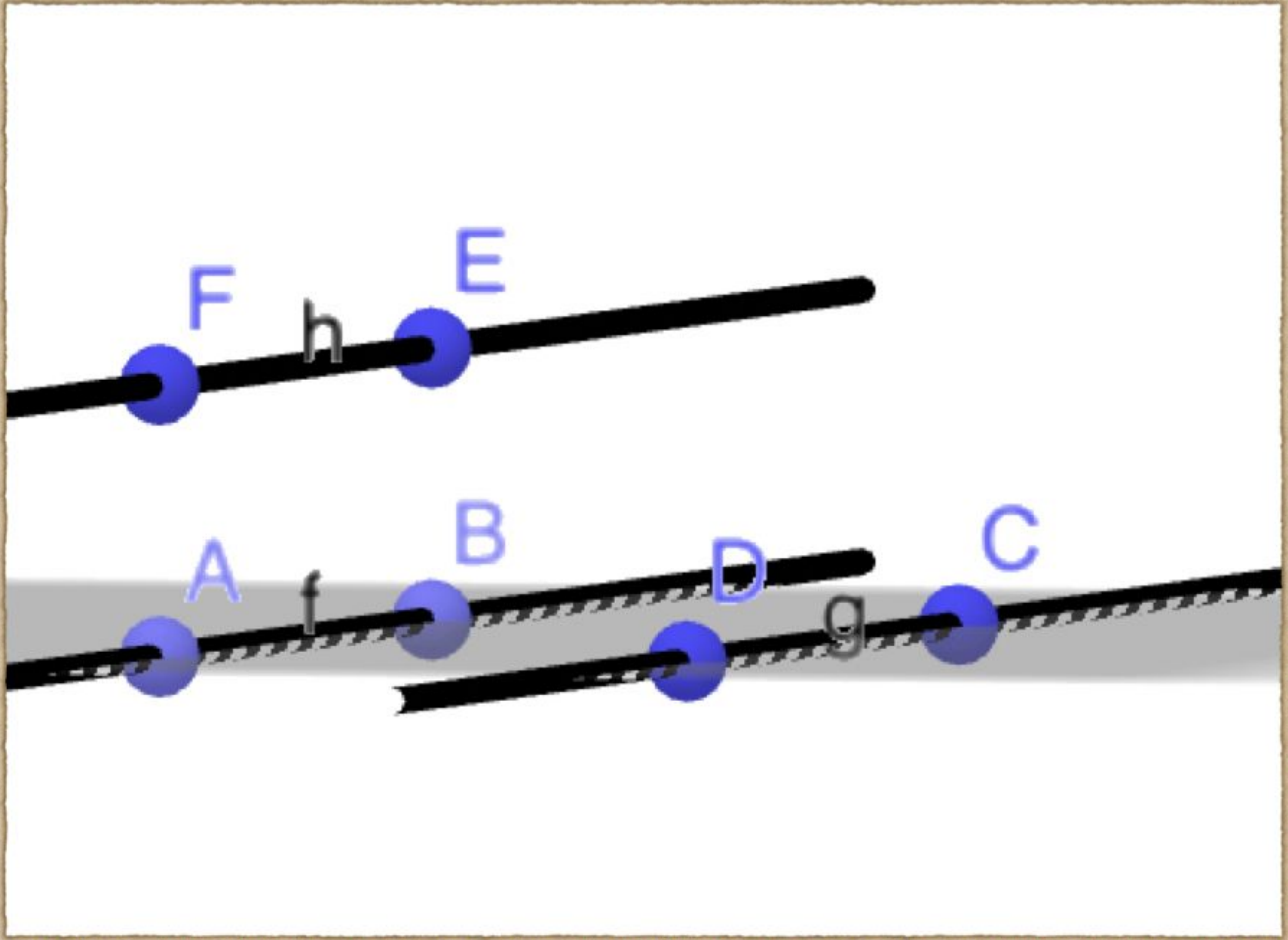
Off topic: figure nei manoscritti

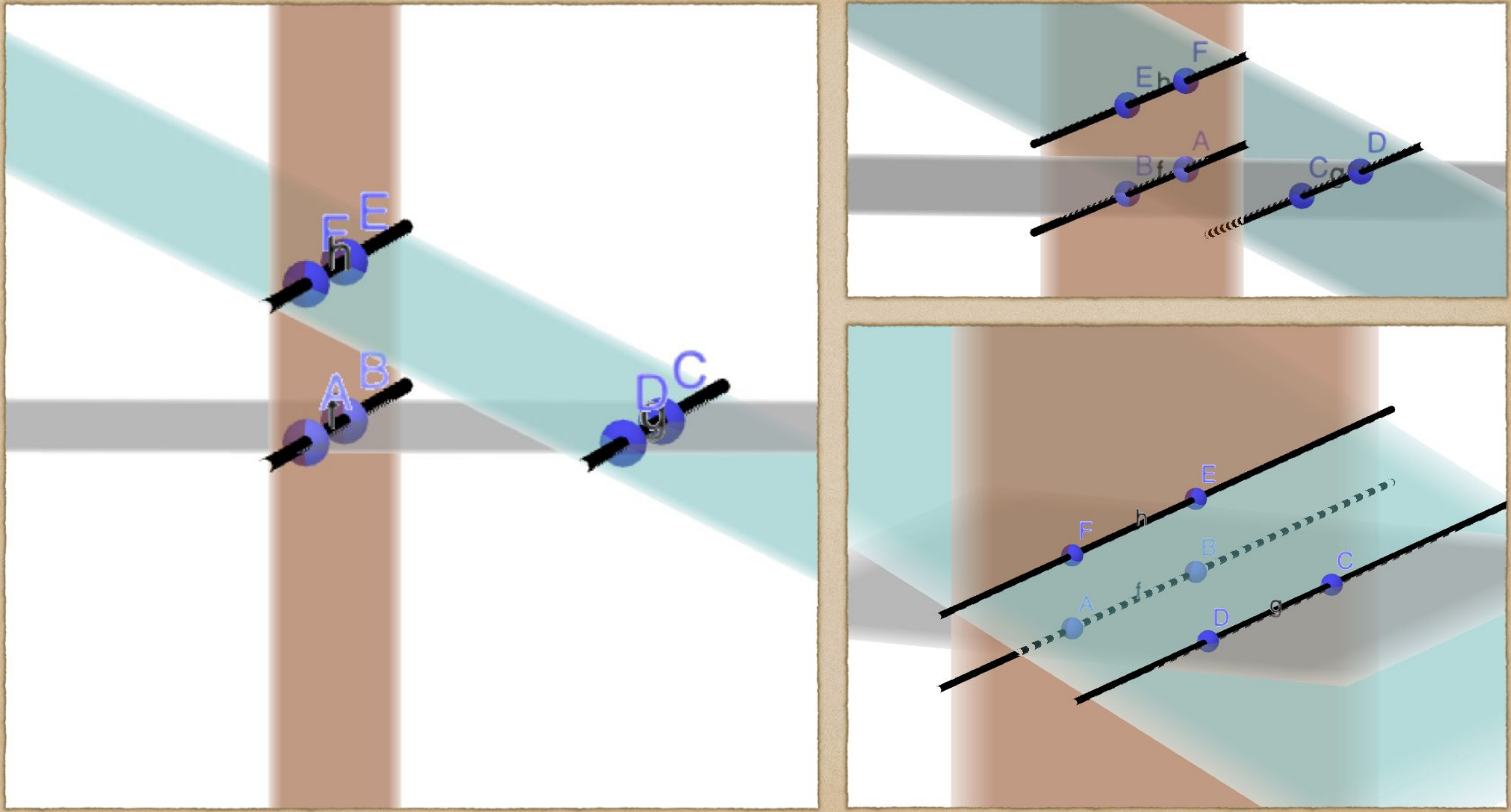
- Proposizione 32. In ogni triangolo, se si prolunga uno dei lati, l'angolo esterno è uguale alla somma dei due angoli interni ed opposti, e la somma dei tre angoli interni del triangolo è uguale a due retti.



3. Le rette ab, cd ed ed tra loro parallele possono essere tutte complanari oppure su piani diversi. Perché se le tre rette parallele a due a due non sono tutte sullo stesso piano allora sono in automatico (tutte) parallele? Prova a pensare nello spazio.


E
F
B
C
f
A
D

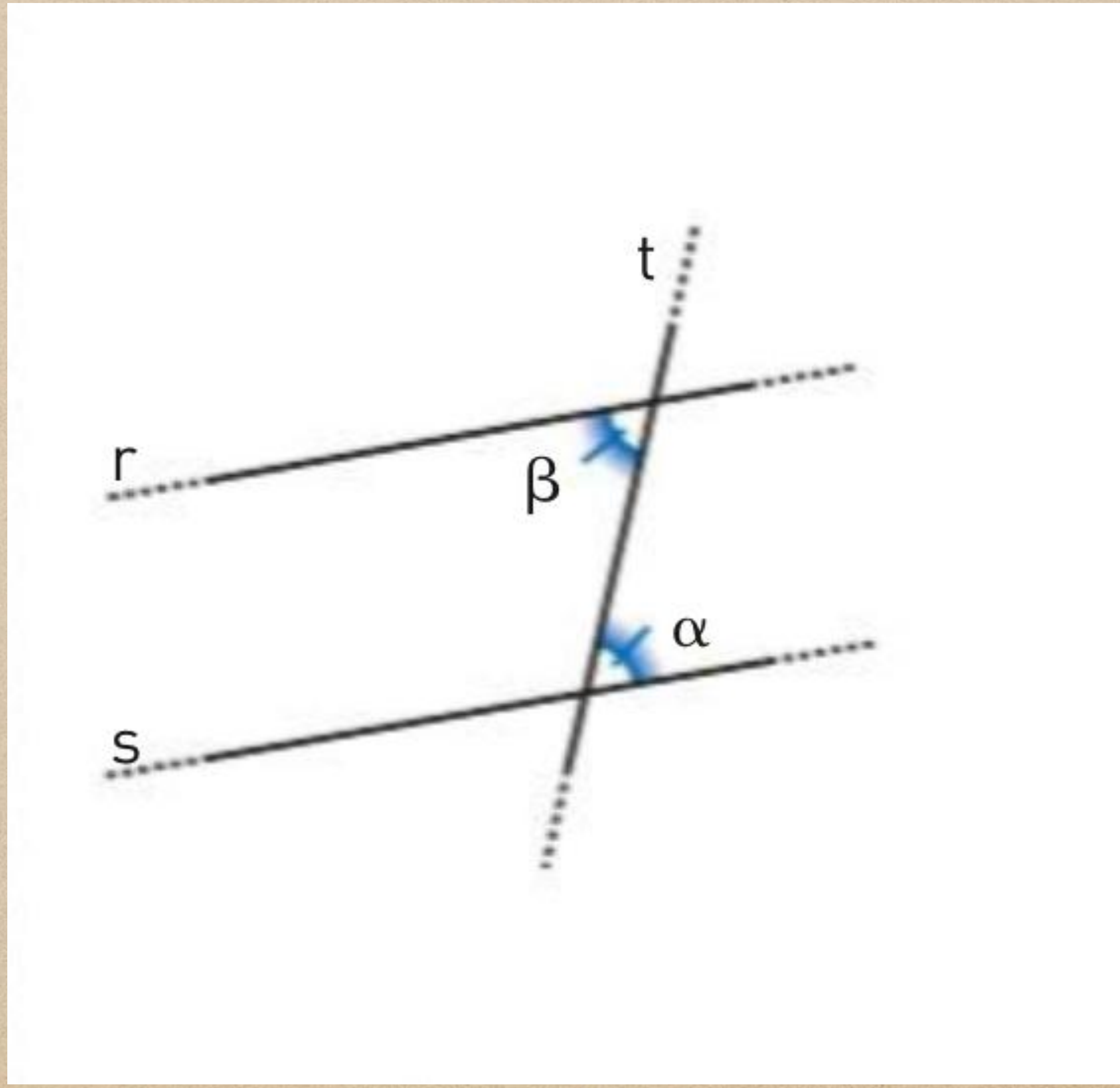

F
h
E
A
f
B
D
g
C



F
E
h
A
B
f
D
C
g
E
h
F
B
f
A
C
g
D
E
h
F
B
f
A
C
g
D

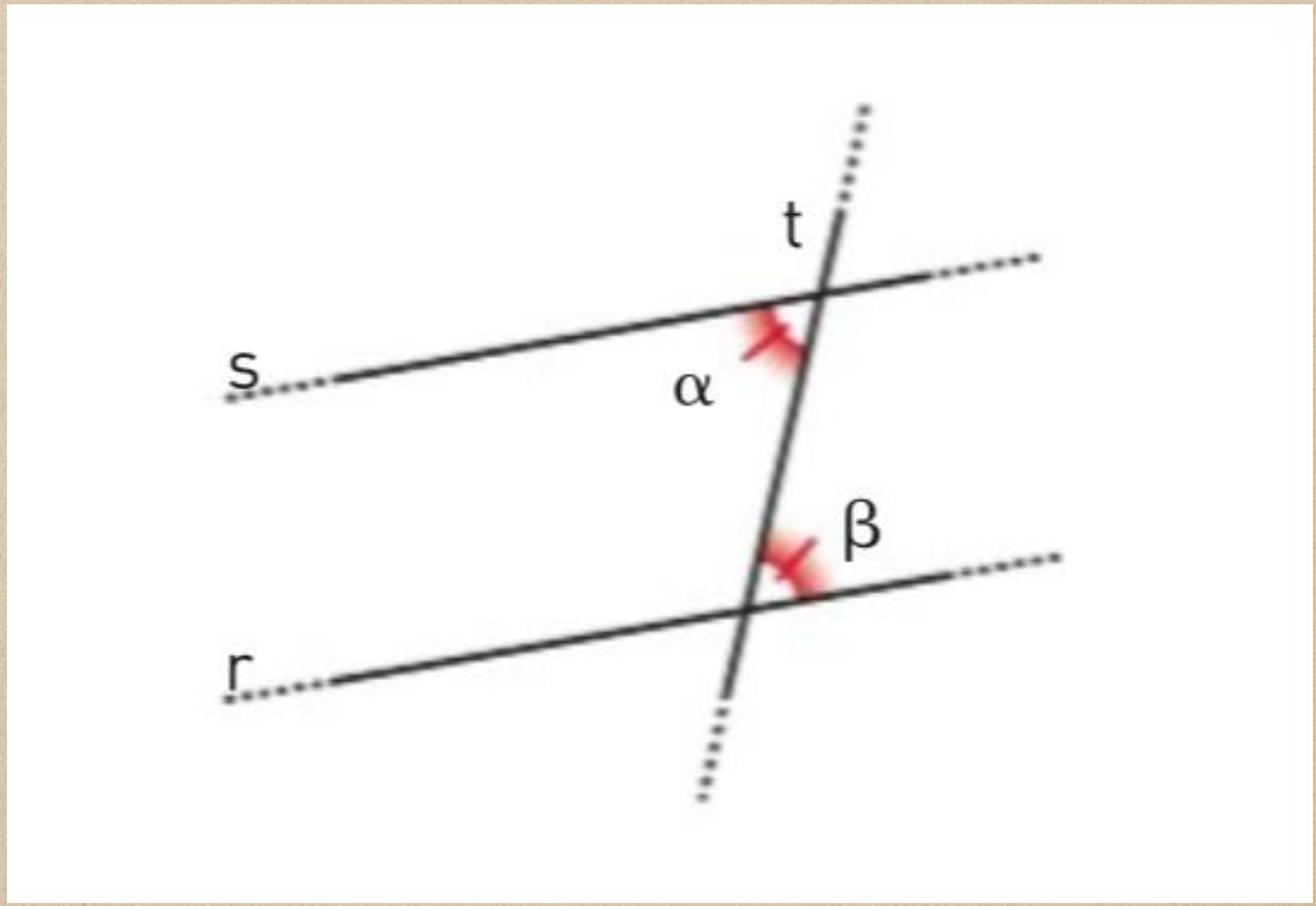
4. Proposizioni precedenti utilizzate nella dimostrazione. Quali proprietà sono?

- TEOREMA DIRETTO DELLE RETTE PARALLELE: Se due rette tagliate da una trasversale formano una coppia di angoli alterni interni congruenti, allora sono parallele. (Proposizione 27- criterio di parallelismo (C.S.))



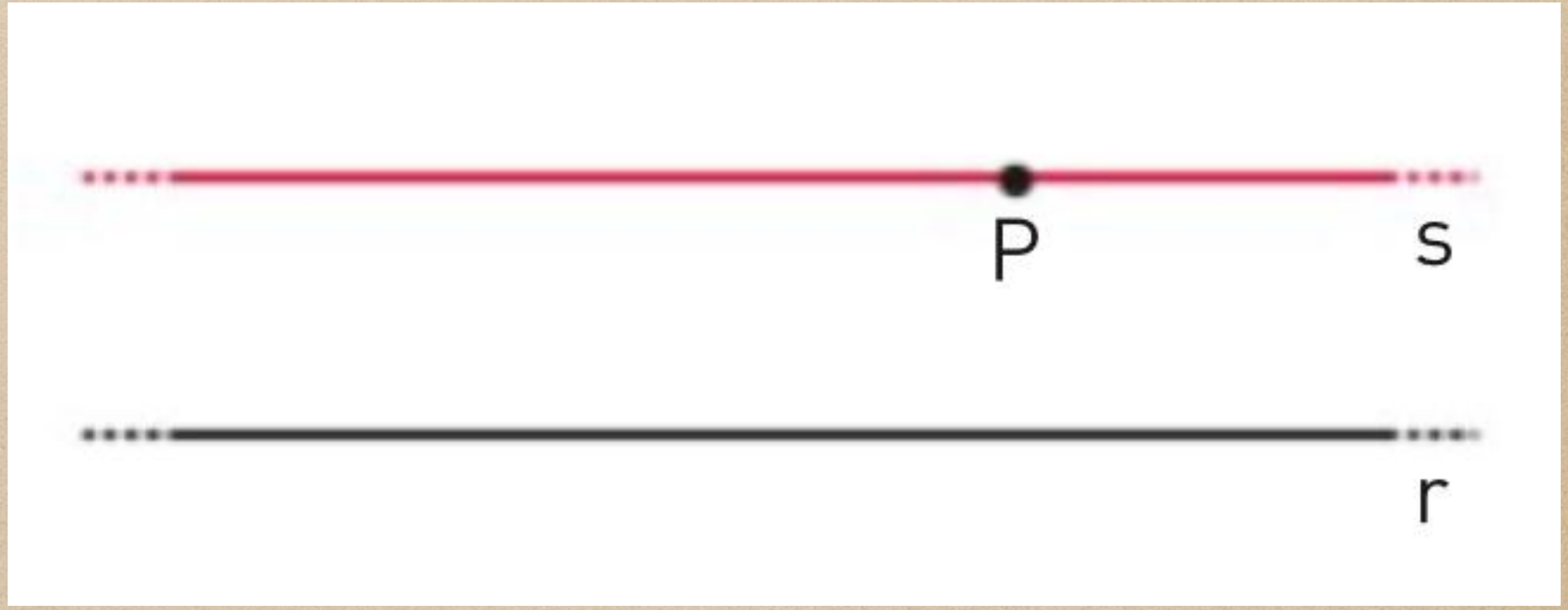
4. Proposizioni precedenti utilizzate nella dimostrazione. Quali proprietà sono?

- TEOREMA INVERSO DELLE RETTE PARALLELE: Se due rette sono parallele, formano con una qualunque trasversale due angoli alterni interni congruenti. (Proposizione 29- inverso del criterio di parallelismo)



4. Proposizioni precedenti utilizzate nella dimostrazione. Quali proprietà sono?

- QUINTO POSTULATO DI EUCLIDE: Dati una retta r è un punto P esterno ad essa, è unica la retta s passante per quel punto e parallela alla retta data.



5. Ritieni che la dimostrazione proposta da Campano da Novara sia rigorosa e coerente a livello logico?

- Utilizzo dei postulati
- Utilizzo di teoremi e criteri
- Passaggi logici

Buona fortuna a tutti per la gara!