

*Lezione di preparazione alla
II edizione del Certamen Novariense*

Lunedì 28 aprile 2025

Professori: Francesca Demarchi, Matteo Pozzi.

Gli Elementi di Euclide

Struttura generale: 13 libri.

*Geometria piana-proporzioni-similitudini-
teoria dei numeri-irrazionali quadratici-
geometria dello spazio-solidi*

I libro

- . 23 definizioni: enti primitivi-angoli-figure*
- . 5 postulati*
- . 5 nozioni comuni*
- . 48 proposizioni*

L'anno scorso...

Libro I

Elementi di Euclide

Proposizione 33

Proposizione 33:

<<Si in summitatibus duarum linearum
aequidistantium et aequalis quantitatis
aliae duae lineae coniungantur, ipsae
quoque aequales et aequidistantes erunt.>>

<<Se nelle estremità di due linee
equidistanti e di uguale quantità altre due
linee siano congiunte/ fossero congiunte
anche le stesse saranno uguali ed
equidistanti.>>

Sint duae lineae .a.b. et c.d. aequales et aequidistantes
quarum extremitates coniungantur per lineas .a.c. et
.b.d. quas dico esse aequales et aequidistantes.

Protraham enim lineam .a.d. et quia lineae .a.b. et .c.d.
sunt aequidistantes, erit angulus .b.a.d. aequalis
angulo .a.d.c. per primam partem 29.

Siano due linee ab e cd uguali ed equidistanti, di
cui siano congiunte le estremità per mezzo delle
linee ac e bd (le quali affermo che siano uguali ed
equidistanti). Prolungherò infatti due linee ab e
poiché le linee ab e cd sono equidistanti, l'angolo
bad sarà uguale all'angolo adc per la prima parte
(della proposizione 29).

Ergo erunt duo latera .a.b. et .a.δ. trianguli .a.b.δ.
aequalia duobus lateribus .δ.c. et .δ.a. trianguli .δ.c.a. et
angulus .a. primi aequalis angulo .δ. secundi, ergo per 4
basis .b.δ. primi est aequalis basi .a.c. secundi et angulus
.a.δ.b. primi aequalis angulo .δ.a.c. secundi. At quia ipsi
sunt coalterni, erunt lineae .b.δ. et .a.c. aequidistantes
per 27 et quia prius probatum est eas esse aequales, patet
propositum utrumque.

Quindi i due lati ab e ad del triangolo abd saranno
uguali ai due lati dc e da del triangolo dca e l'angolo a del
primo eguale all'angolo δ del secondo.

Quindi per mezzo della proposizione 4 la base bd del
primo sarà uguale alla base ac del secondo e l'angolo adb
del primo eguale all'angolo dac del secondo. Tuttavia,
poiché gli stessi sono alterni (interni) le linee bd e ac
saranno equidistanti per la proposizione 27 e poiché già
prima è stato provato che esse erano uguali, ciascuna
delle due premesse è dimostrata.

Commento

*-Anche se il linguaggio utilizzato dall'autore è diverso da quello moderno,
riconosci la proprietà descritta e dimostrata in questa proposizione?*

*È un criterio / condizione sufficiente
per stabilire se un quadrilatero è un parallelogramma:*

“Rette che congiungano dalla stessa parte rette uguali e parallele sono anch'esse uguali e parallele.”

*“Se un quadrilatero convesso ha una coppia di lati opposti congruenti e paralleli, allora è un
parallelogramma”.*

-Le due figure sono illustrazioni della proposizione 33, rispettivamente, dal testo di Campano da Novara e dal manoscritto della biblioteca vaticana Vat.lat.2224.
Quale delle due figure è più adatta ad illustrare la proposizione 33? Perché?

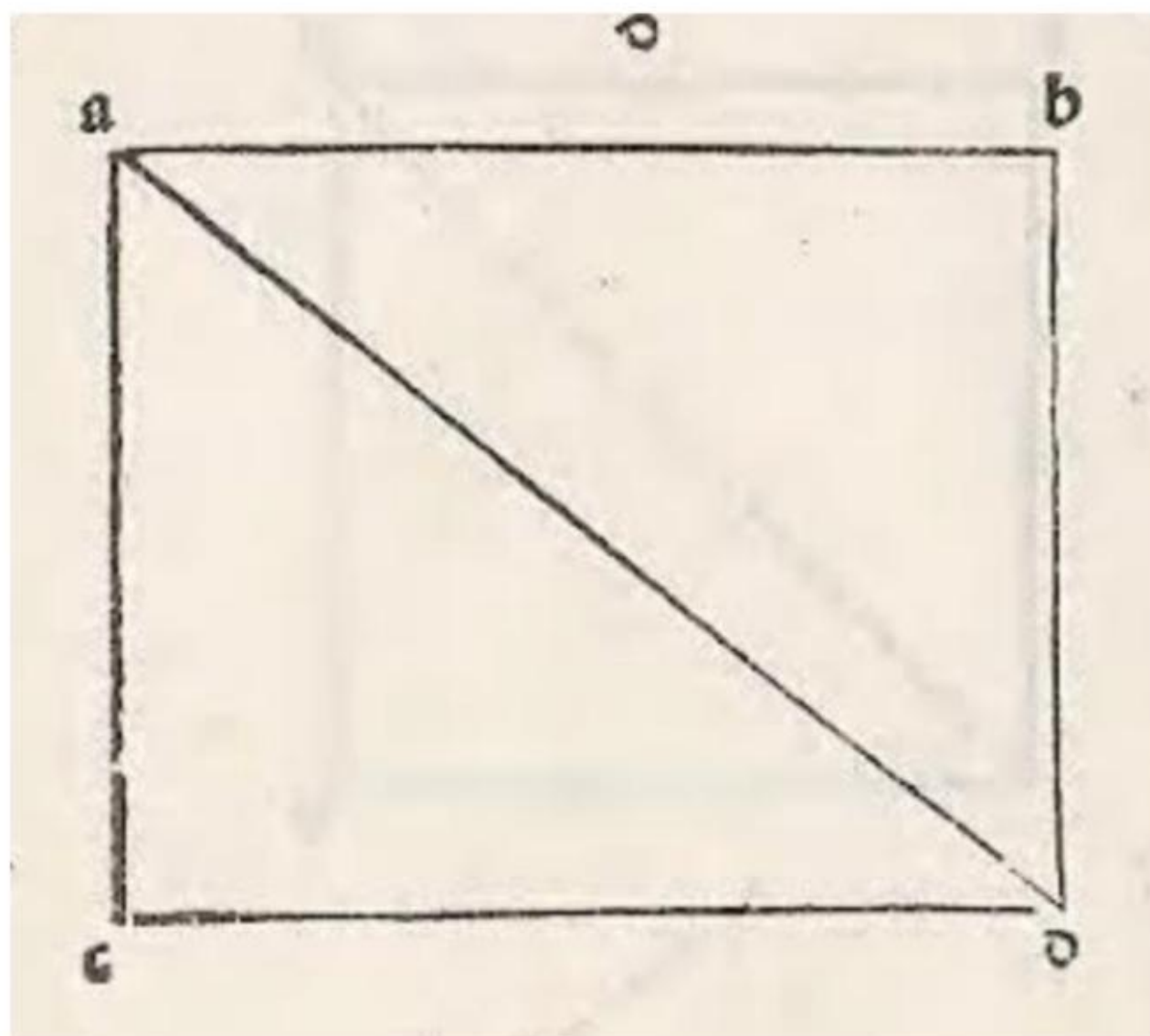


Figura 1. Da Editio Princeps

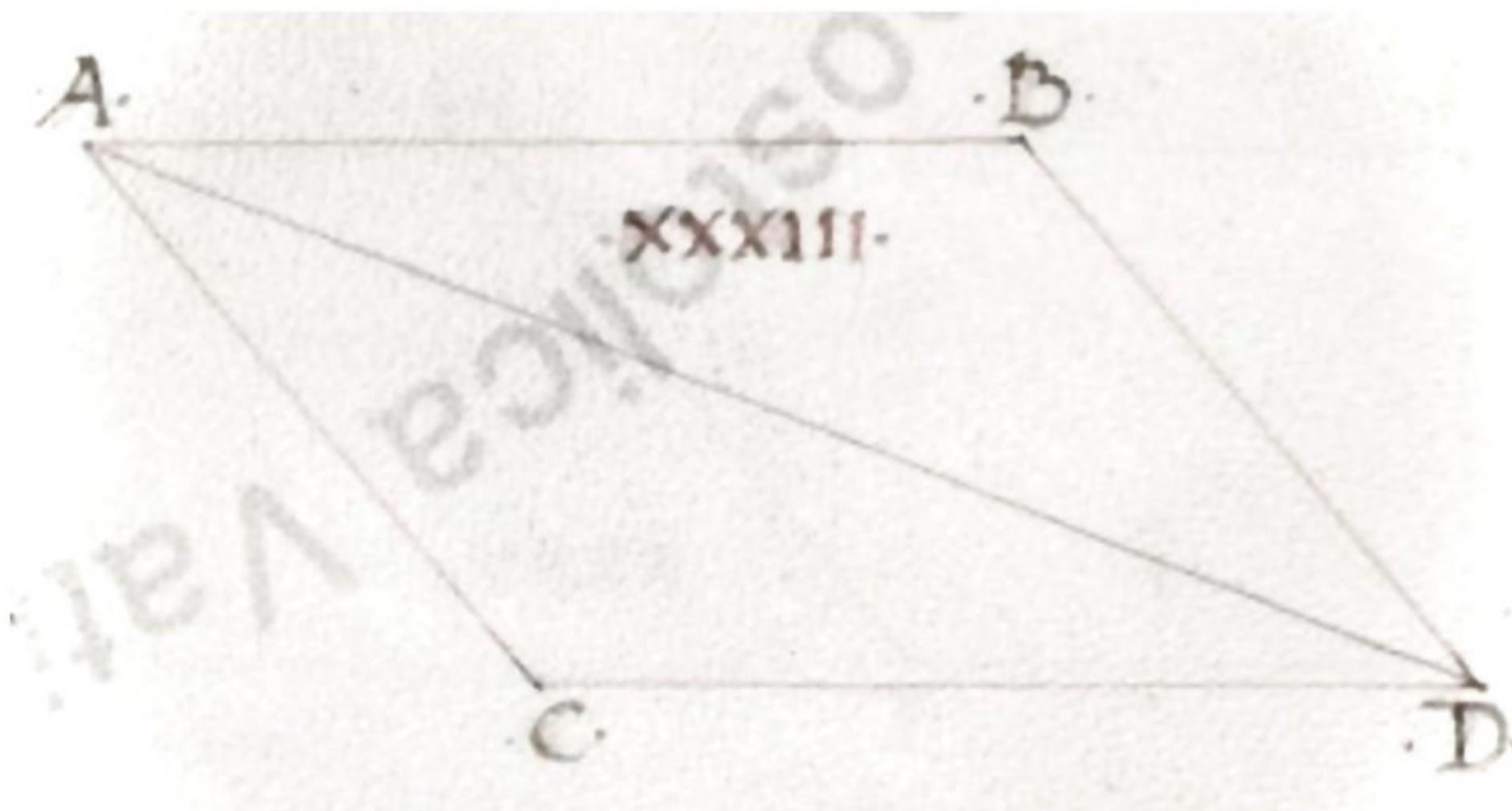


Figura 2. Manoscritto Biblioteca Vaticana

-Proposizioni precedenti utilizzate nella dimostrazione. Quali?

Proposizione 4:

Primo criterio di congruenza dei triangoli.

"Due triangoli sono congruenti se hanno ordinatamente congruenti due lati e l'angolo compreso fra essi".

Proposizione 27:

Criterio di parallelismo (o teorema diretto sulle parallele).

"Se due rette, incontrandone una terza, formano angoli alterni interni congruenti, allora sono parallele".

Proposizione 29:

Inverso del criterio di parallelismo (o teorema inverso delle parallele).

"Se due rette sono parallele, formano con una qualunque trasversale due angoli alterni interni congruenti".

E quest'anno???

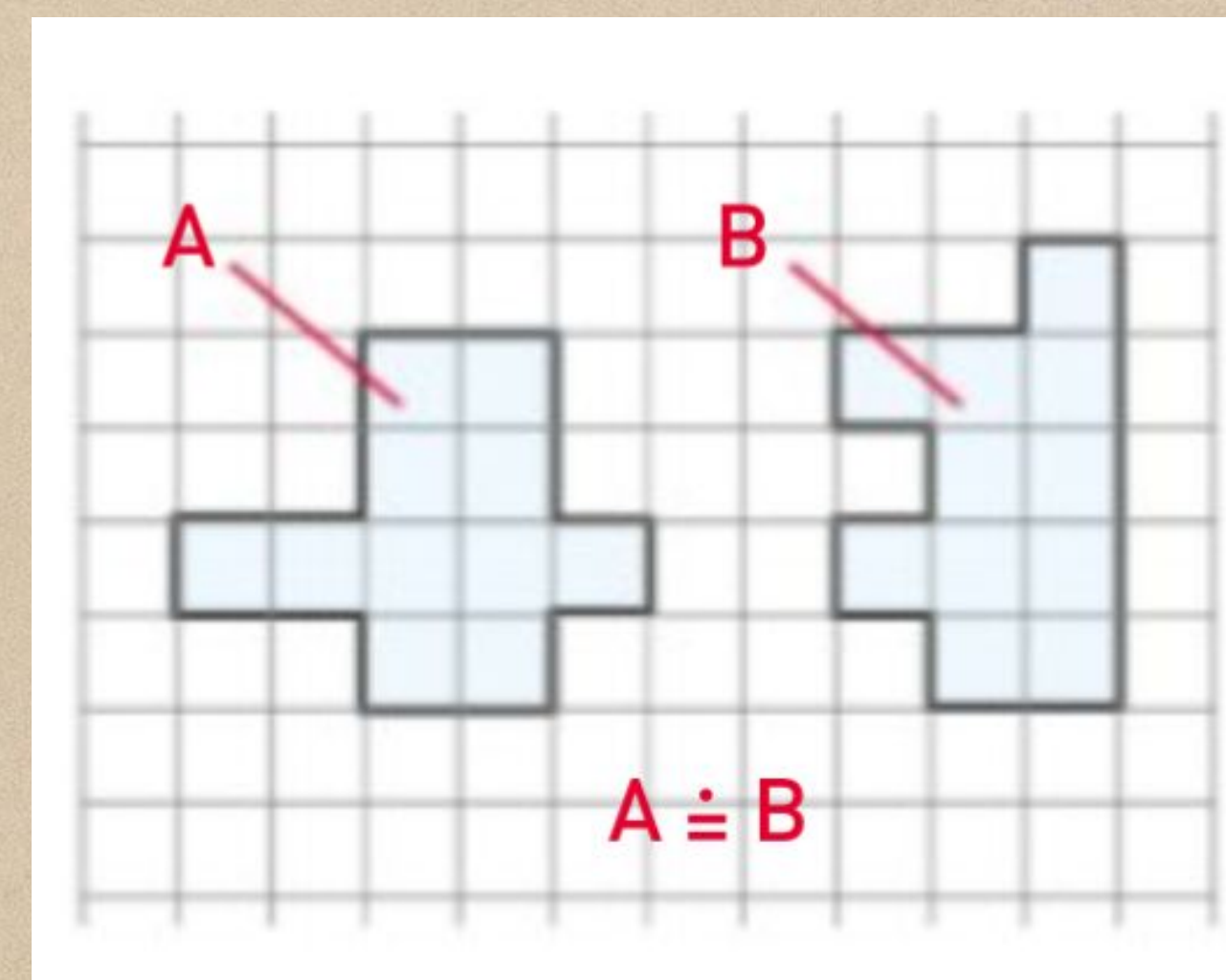
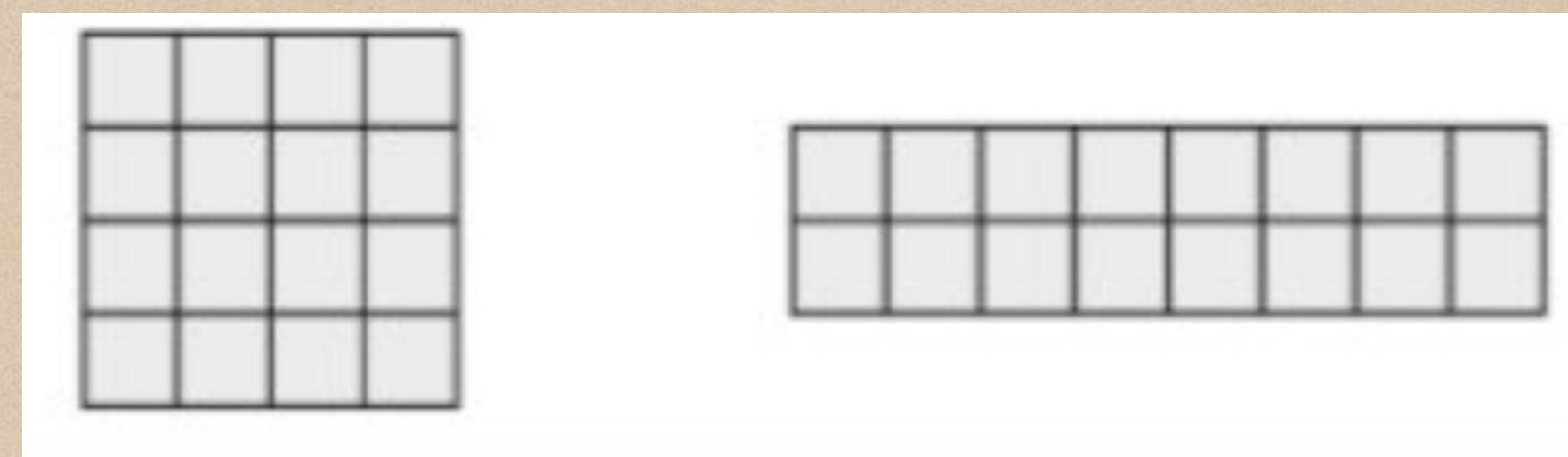
Equivalenza di superfici

CONCETTI PRIMITIVI: *superficie ed estensione di una superficie.*

DEFINIZIONE: SUPERFICI EQUIVALENTI

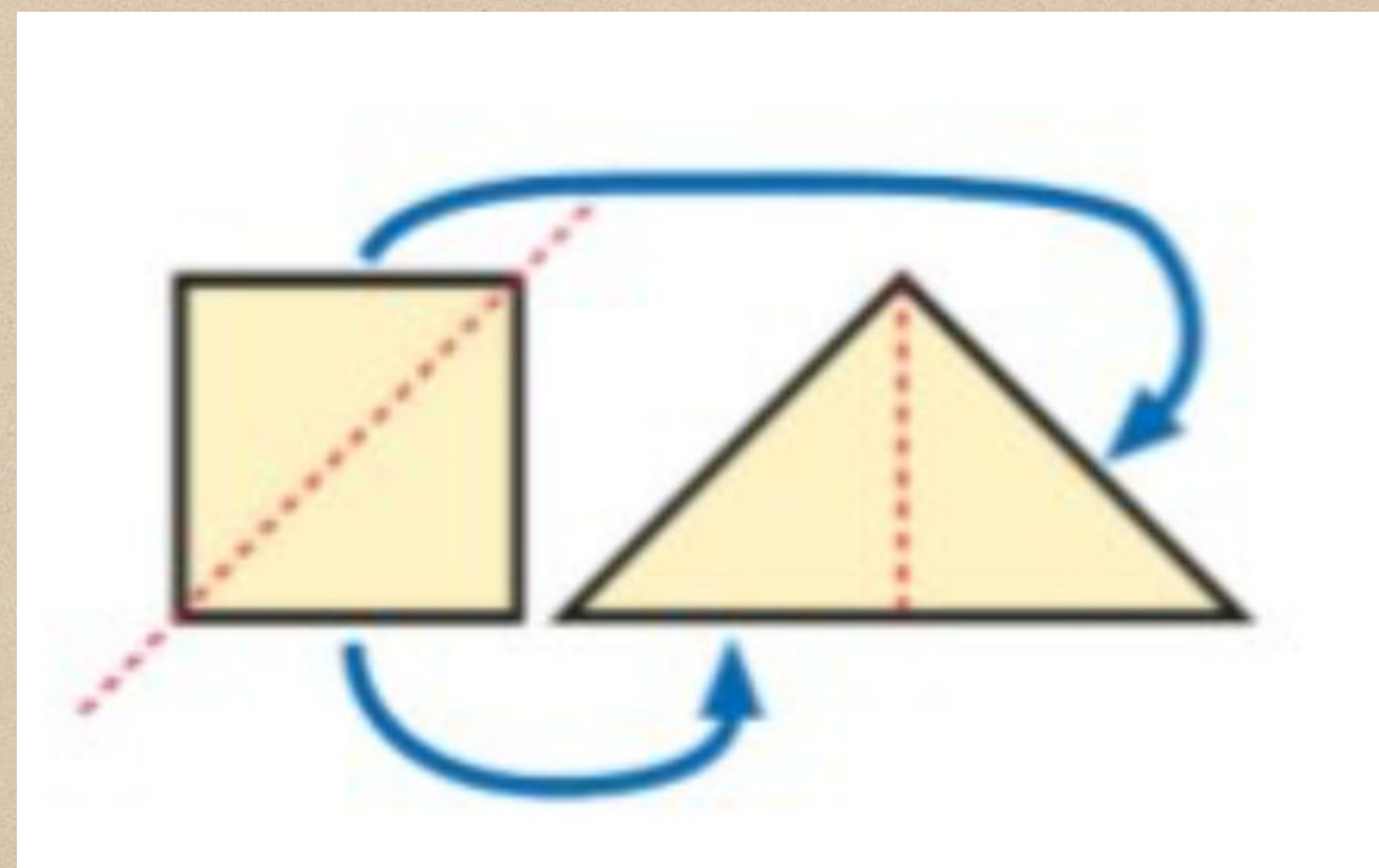
Due superfici che hanno la stessa estensione si dicono equivalenti.

POSTULATO: *Due superfici congruenti sono sempre equivalenti*



*Non è detto, invece, che due
superfici equivalenti siano
congruenti.*

*ESEMPIO: il quadrato e il triangolo
della figura sono equivalenti ma
NON congruenti*

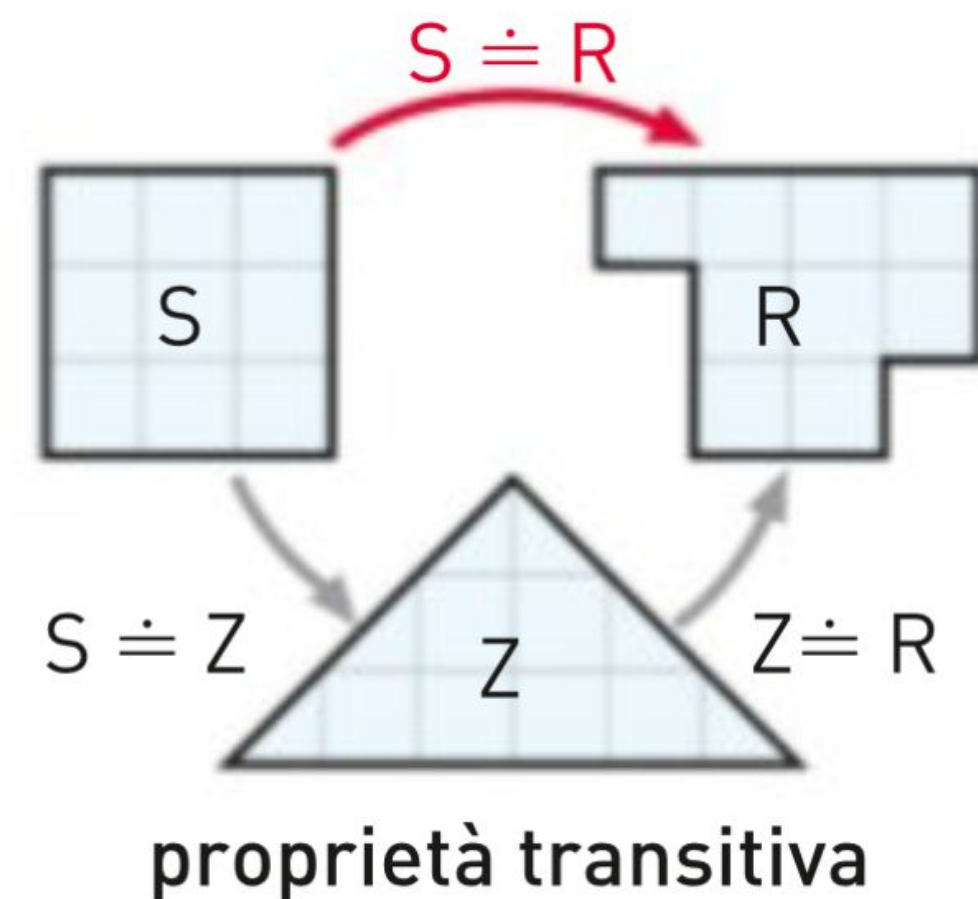
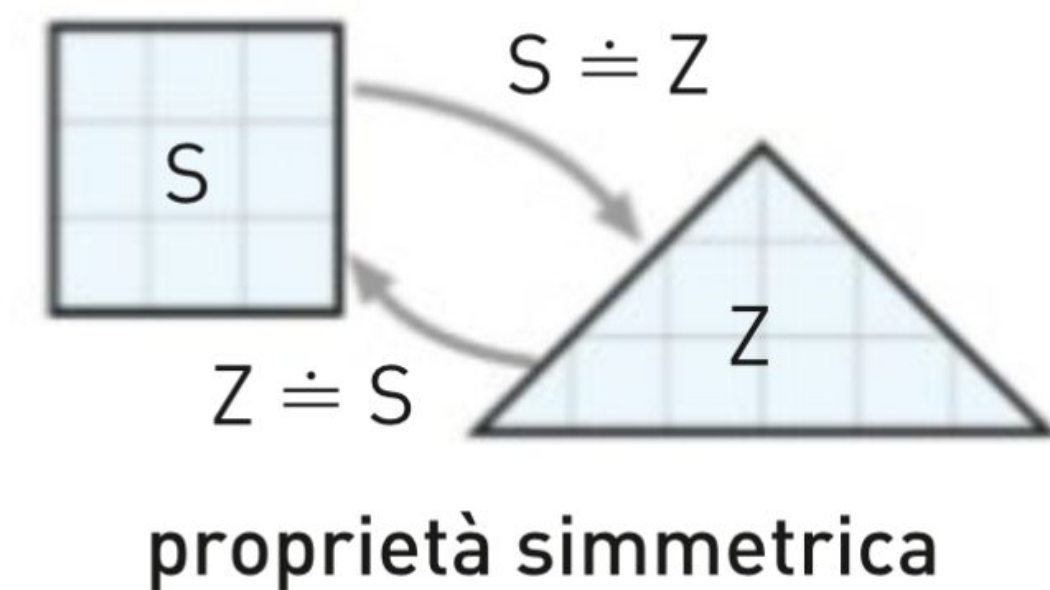
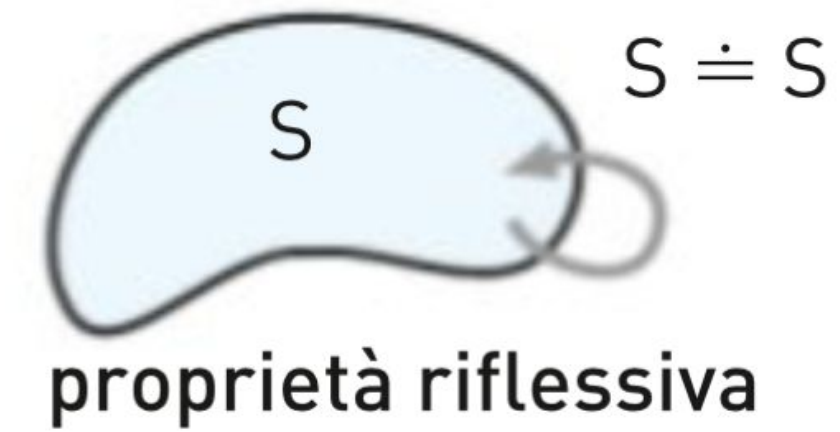


L'equivalenza di superfici è una relazione di equivalenza.

PROPRIETÀ RIFLESSIVA: ogni superficie piana è equivalente a se stessa;

PROPRIETÀ SIMMETRICA: se una superficie S è equivalente a una superficie Z , allora Z è equivalente a S ;

PROPRIETÀ TRANSITIVA: se una superficie S è equivalente a una superficie Z e Z è equivalente a una superficie R , allora S è equivalente a R .



Segue che:

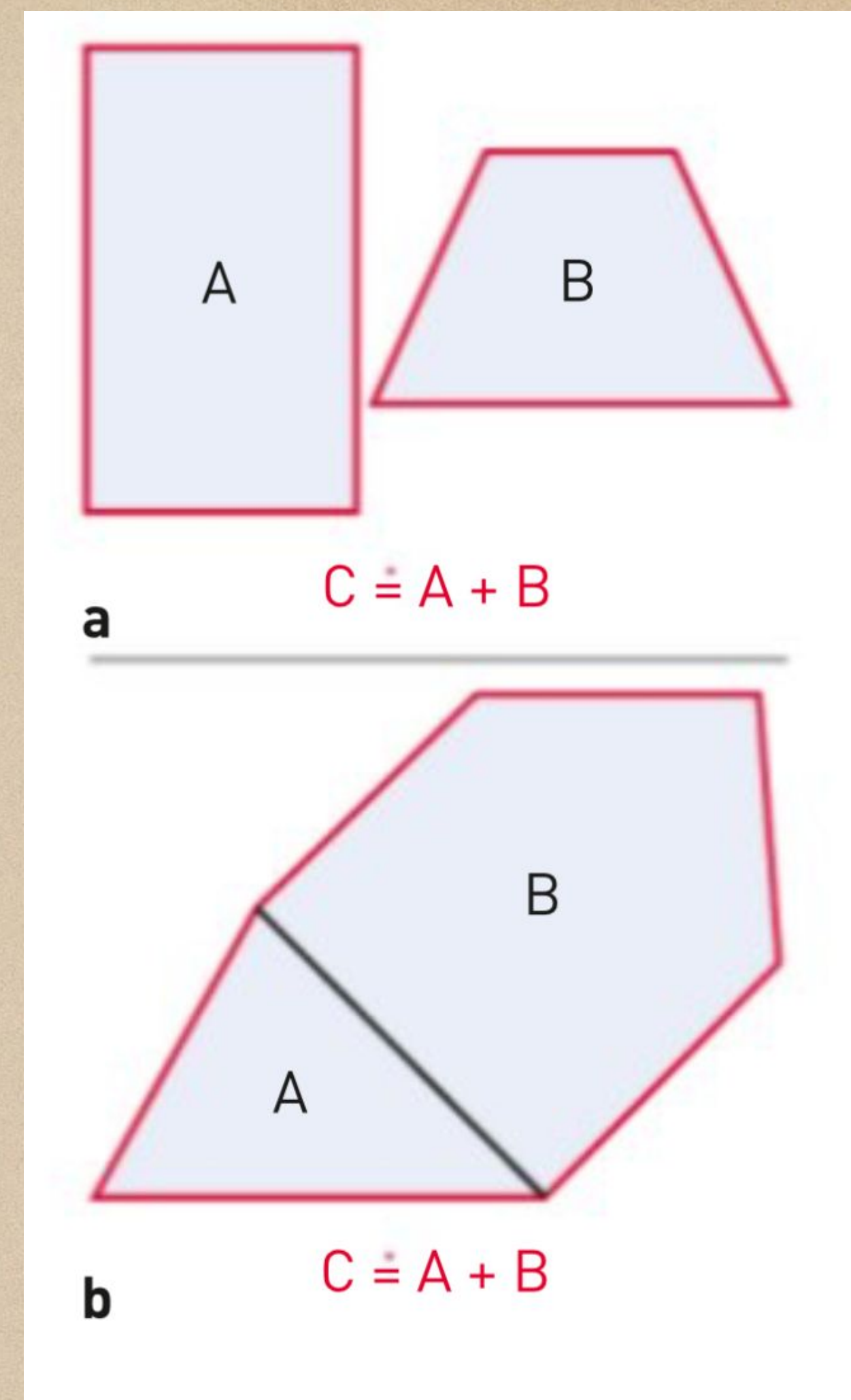
- 1-Poiché l'equivalenza tra superfici è una relazione di equivalenza, possiamo ripartire le superfici del piano in classi di equivalenza.*
- 2-Ciascuna classe di equivalenza è costituita da infinite superfici aventi a due a due la stessa estensione.*
- 3-Possiamo definire AREA la caratteristica comune alle superfici che appartengono alla stessa classe di equivalenza.*
- 4-Ogni classe di equivalenza alla quale appartengono superfici aventi la stessa estensione definisce una e una sola area.*

Proprietà:

SUPERFICI EQUIVALENTI HANNO LA STESSA AREA.

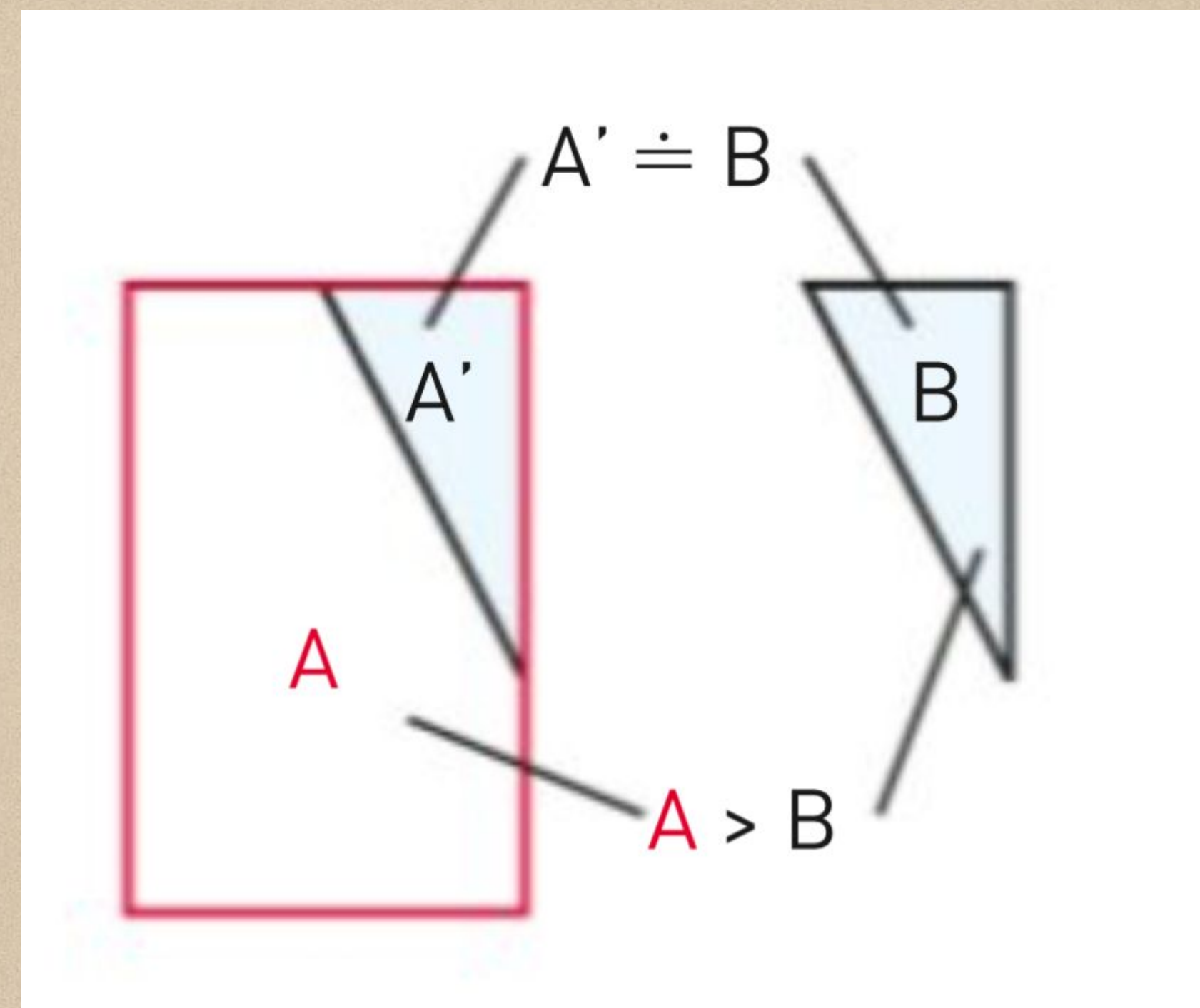
OPERAZIONI CON LE SUPERFICI: SOMMA E DIFFERENZA.

Si possono avere anche multipli e sottomultipli di superfici.



POSTULATO DI DE ZOLT:

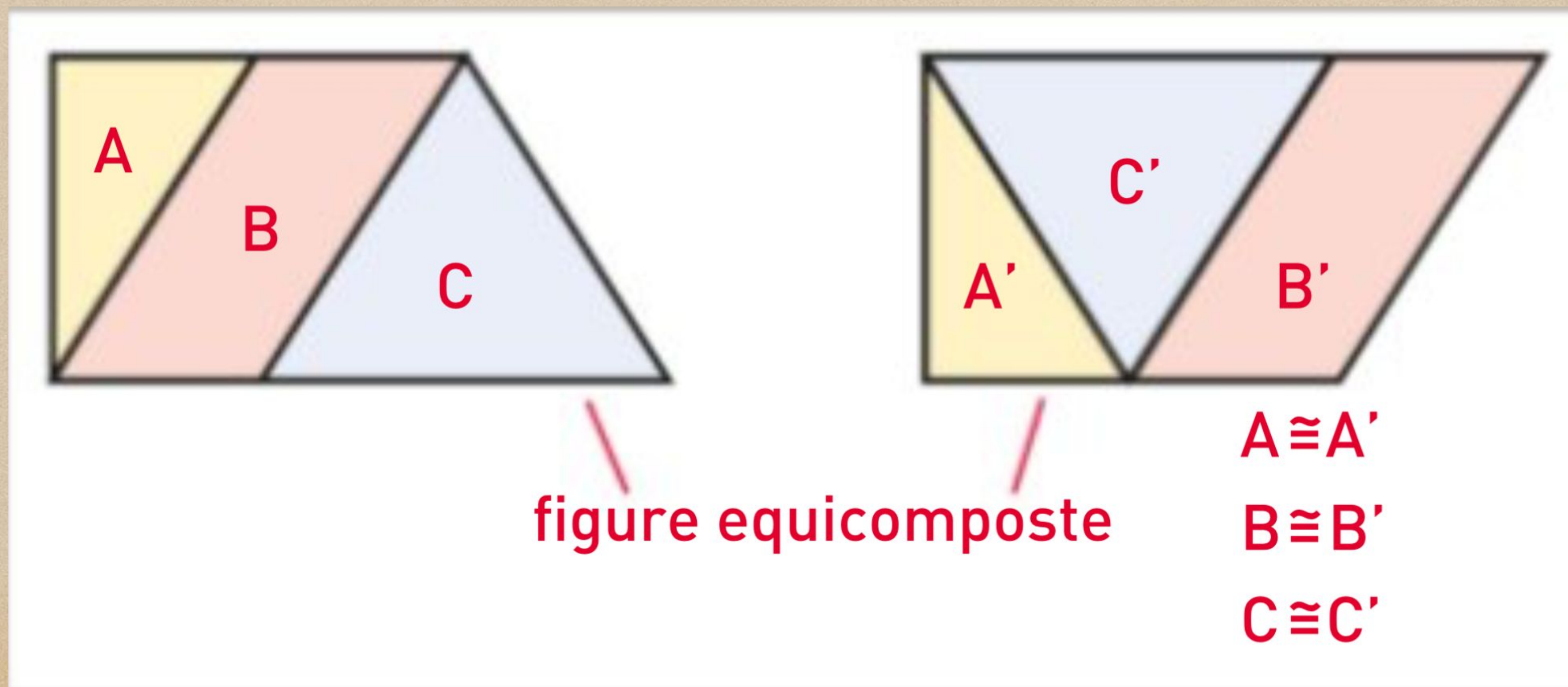
Una superficie non può essere equivalente a una sua parte



Definizione:

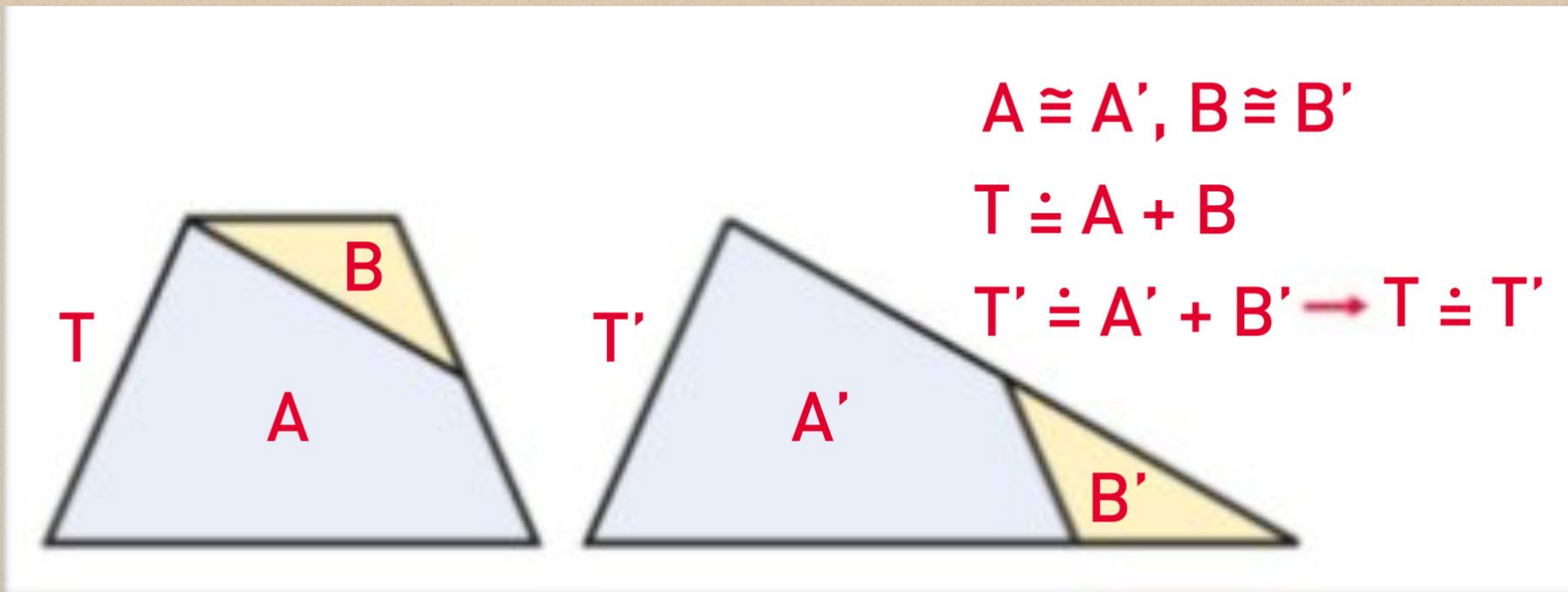
FIGURE EQUICOMPOSTE O EQUISCOMPONIBILI

Due figure che siano somme di figure congruenti.

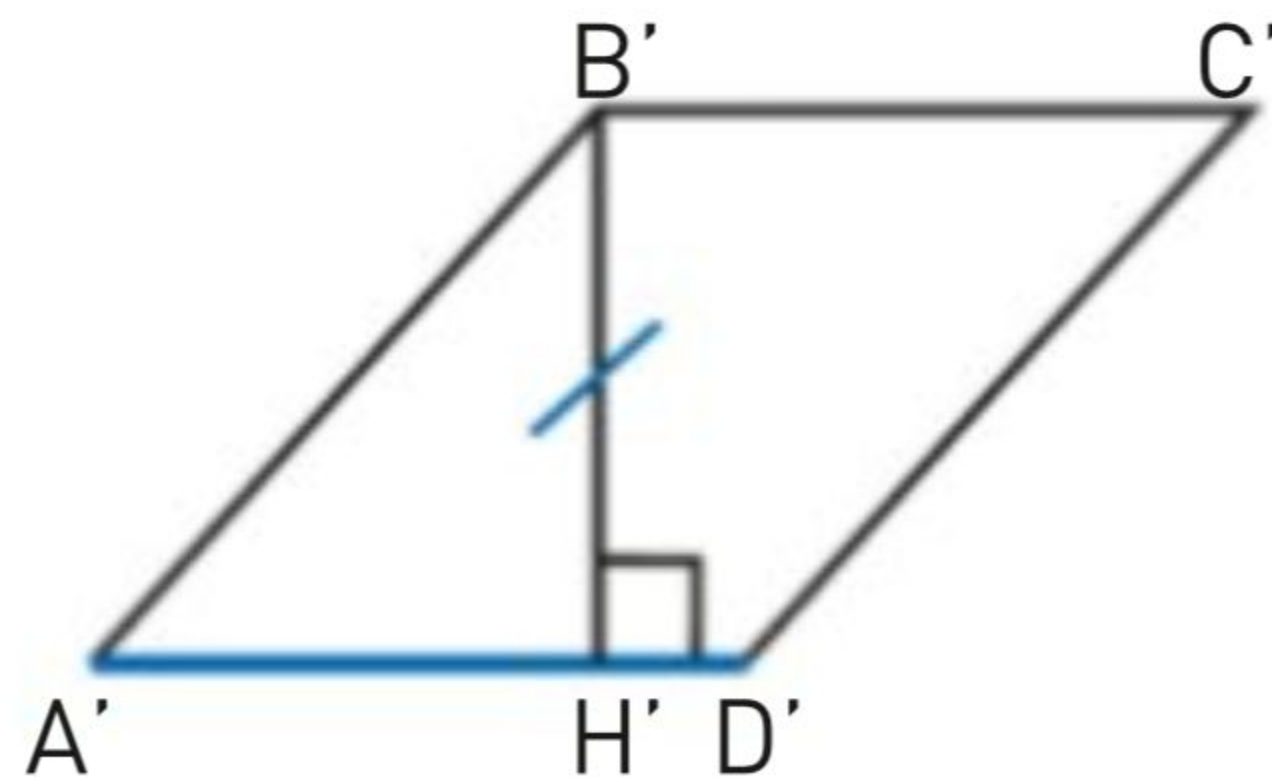
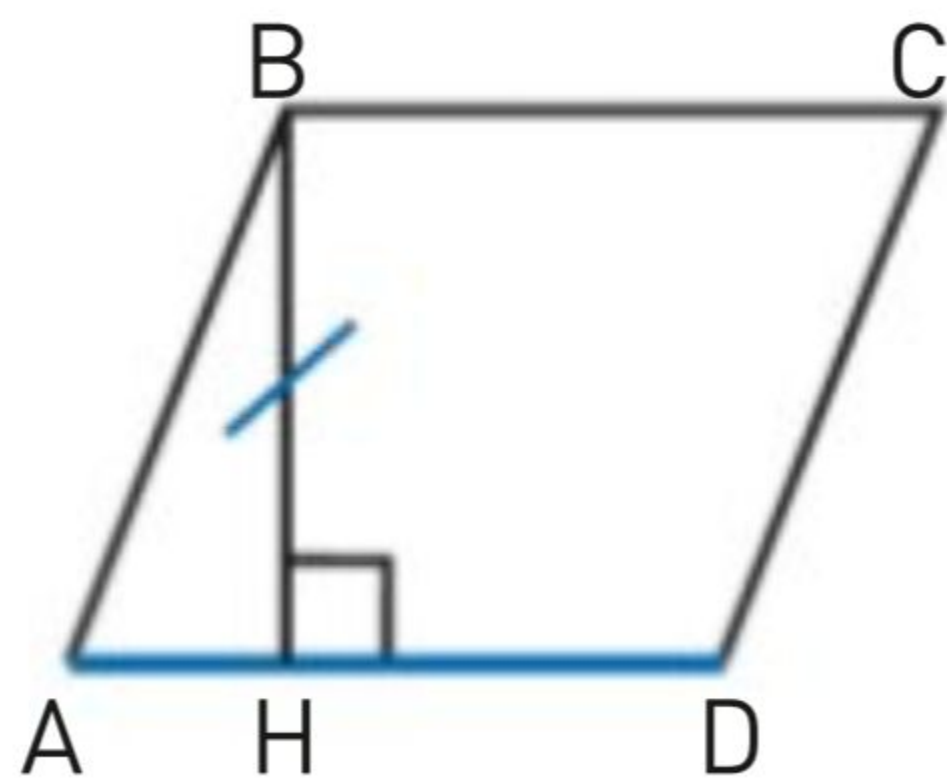


Teorema: EQUISCOMPONIBILITÀ ED EQUIVALENZA

Due o più figure equicomposte sono equivalenti.



Teorema: Due parallelogrammi che hanno le basi e le altezze corrispondenti congruenti sono equivalenti.



- Ipotesi**
1. $ABCD$ e $A'B'C'D'$ parallelogrammi
 2. $AD \cong A'D'$
 3. $BH \cong B'H'$

Tesi $ABCD \doteq A'B'C'D'$

*Suggerimento: potrebbe essere utile ripassare le
formule delle aree delle principali figure piane.*

Buona fortuna a tutti per la gara!

*Se non diversamente segnalato le figure sono state prese dal libro di testo:
Matematica.blu, terza edizione, volume due, ed. Zanichelli, autori Bergamini, Barozzi, Trifone.*